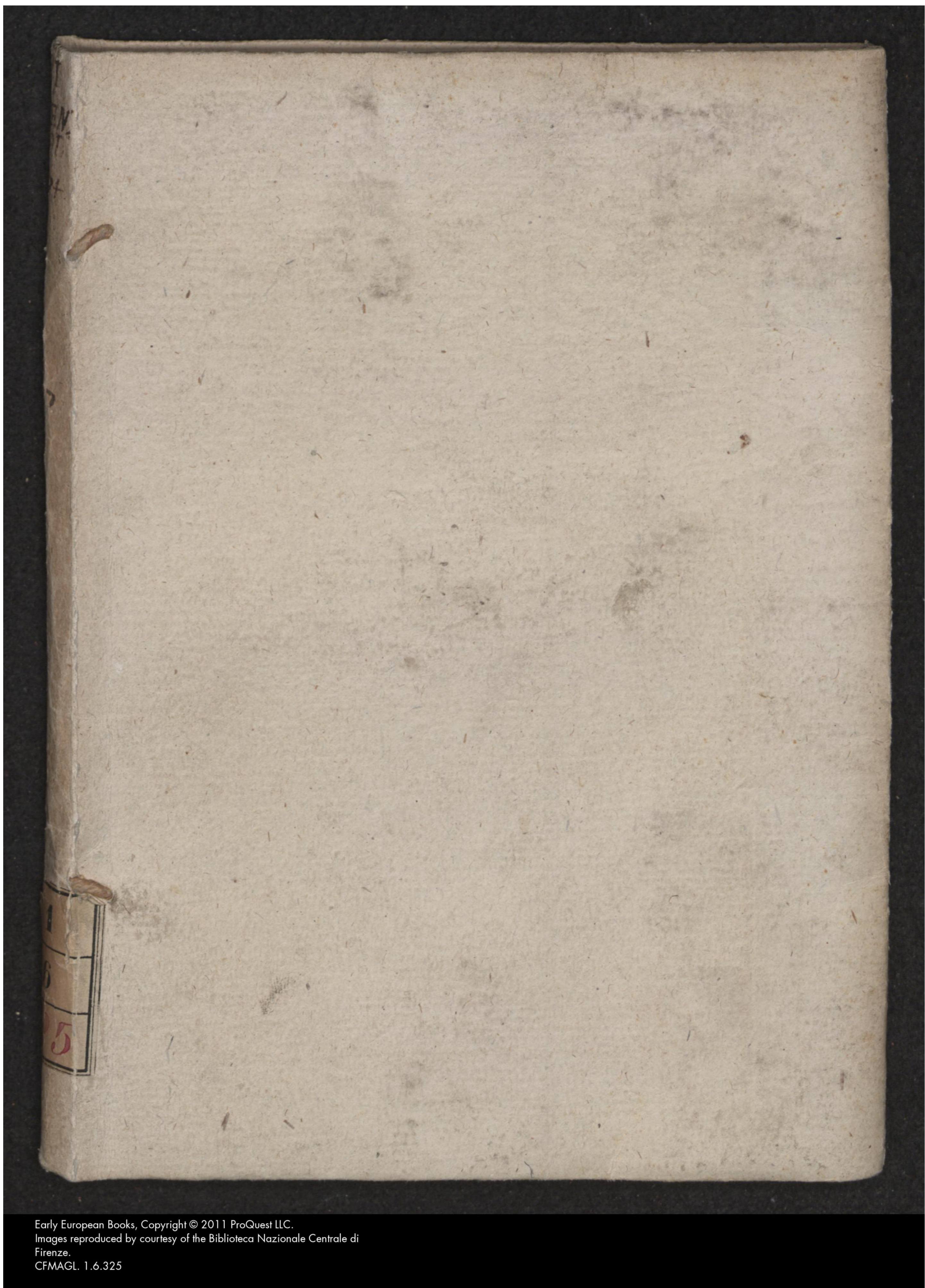
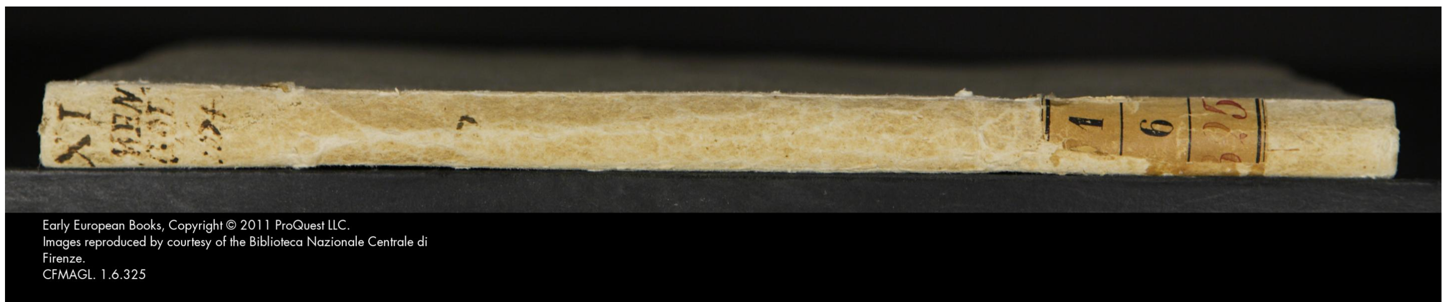
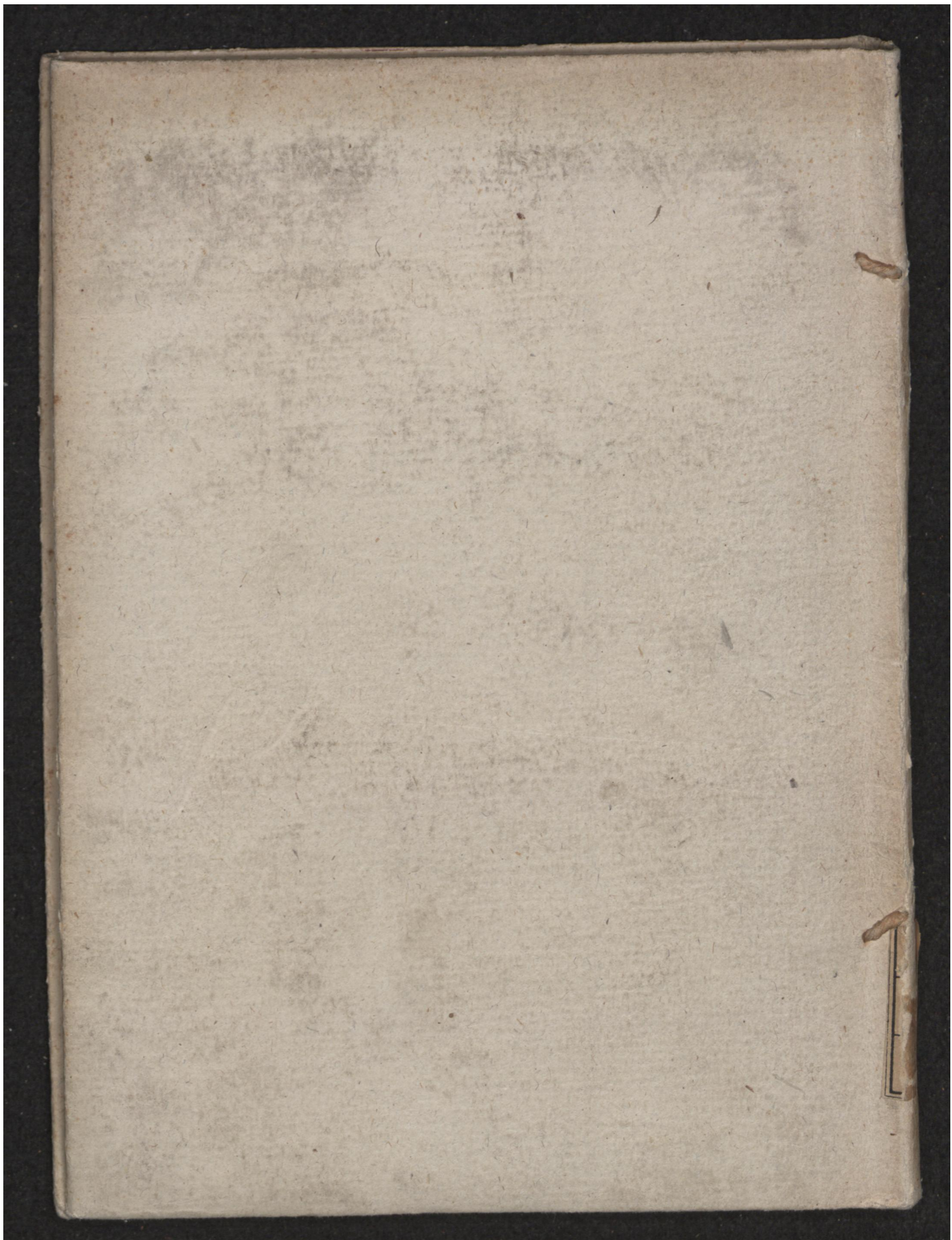
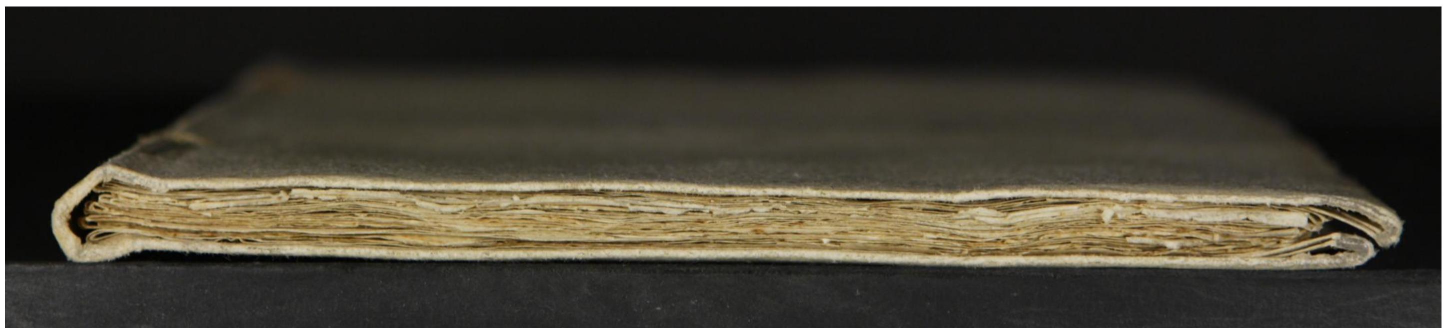
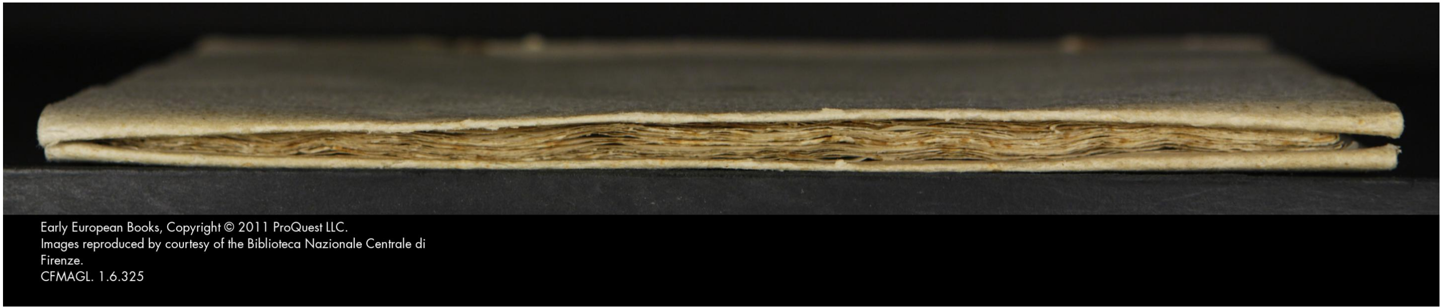












ARITHMETICA
RATIONALIS.

Alen

XI MENG

ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTA QVATVOR

PETRI MENGOLI

Prioris S. Magd. I. V. & Art. D. Colleg. & Mechanici Bononien.



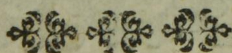


BONONIÆ, M. DC. LXXIV.

Typis Hæredis Victorij Benatij. Superiorum permissu.

Seneca ad Lucil. Epist. 90.

Rem vtilem desideras, & ad sapientiam properanti vtique necessariam, diuidi Philosophiam, & ingens corpus eius in membra disponi. Facilius enim per partes, in cognitionem totius adducimus. Et infra. *Philosophiam in partes, non in frusta diuidam. Diuidi enim illam, non concidi vtile est. Nam comprehendere quemadmodum maxima, ita & minima, difficile est. Describitur in tribus populus, in centurias exercitus. Quidquid in maius creuit, facilius agnoscitur, si discessit in partes: quas (vt dixi) innumerabiles esse, & paucas non oportet. Idem enim vitij habet nimia, quod nulla diuisio. Simile confuso est, quidquid vsque in puluerem sectum est.*





Berous vol. 1. Consil. 100. num. 4.

DOCTORI BENE DISTINGVENTI CREDENDVM EST,

CVM

secundum Senecam,

BENE DISTINGVENS PROXIMVS SIT VERITATI.



Præ-

Præmonitio ad Lectorem.



Vidam nostra intelligunt, pauci admodum; quidam non intelligunt, plurimi. Sed ex his aliqui viuidioris, & subtilioris Mineruæ, si non superbè saperent, si non per saltum, neque cursim, sed humiliter, patienter, attentè legerent, proculdubio intelligerent; ij præsertim, qui Mathematicæ discendi methodo assueuerunt: nam in singulis nostris, disciplinæ fæcunditas infinita, est intelligibilitatis argumentum irrefragabile. Qui si nolunt: quod sibi sentiant obscura esse, quæ tradimus; non vitio nostro vertant. Nam & Iurisprudentum dicta, & Medicorum textualium, sibi ipsis, antequam assuescerent, pariter videbantur obscura esse. Deinde meminerint hosce libros à nobis, aut nullo, aut vili pretio habuisse. Neque enim putauimus in vulgus vendenda esse, quæ paucis permissum est intelligere. Alijs verò, qui nec possunt nostra hæc sublimiora noua intelligere (nam ne in quorumlibet manus veniant, impossibile est prohibere) si qui forte sperabant, allecti titulo libelli, sibi tradi quidquam ex Arithmetica numerali; appendicula hic satisfaciam non contemnenda.

Problema Arithmeticum.

INuenire tres quadratos, vt duorum quorumlibet interuallum sit quadratus, & interuallum laterum ex duobus quibuslibet sit etiam quadratus.

Aliud

Aliud Problema Arithmeticum.

QVatuor numeros inuenire, quorum primus ad ſecundum, maior ſit, quam tertius ad quartum: vt ſumma quadratorum primi, & ſecundi, ſit quadratus; & ſumma quadratorum tertij, & quarti, ſit quadratus; & productus ex quatuor ſic inuentis, ſit quadratus.

Fiat tabula ex duabus columnis, vt bini numeri ſint è regione, in vna, & in altera columna, quorum ſumma quadratorum quadratus. In prima ergo columna ſunt omnes numeri à ternario, 3, 4, 5, 6, & deinceps. In ſecunda columna ſunt 4, 3, 12, 8, & deinceps, vt infra. Initium tabulæ eſt huiuſmodi.

3	4
4	3
5	12
6	8

Porro in ſecunda columna alterni à primo ſunt, vt 1 ad 3, vt 2 ad 4, vt 3 ad 5, vt 4 ad 6, & deinceps; nempe 4, 12, 24, 40, 60: reliquorum alterni à ſecundo ſunt, vt 1 ad 5, vt 3 ad 7, vt 5 ad 9, vt 7 ad 11, & deinceps; nempe 3, 15, 35, 63, 99: reliqui à quarto ſunt, vt 1 ad 3, vt 2 ad 4, vt 3 ad 5, vt 4 ad 6, & deinceps; nempe 8, 24, 48, 80, 120, dupli alternorum à primo.

Rurſum ex antecedentibus in prima columna, fiunt eorum conſequentes in ſecunda, his regulis. Si antecedens eſt impar; proximi minor ſemiſſe, & maior toto, producunt conſequentem: ſi antecedens eſt 7; ex 3, & 8, productus 24, eſt conſequens: ſi antecedens eſt 9; ex 4, & 10, productus 40, eſt conſequens. Si antecedens eſt par, proximi minor, & maior ſemiſſe, producunt conſequentem: ſi antece-

tecedens eſt 10; ex 4, & 6, productus 24, eſt conſequens: ſi antecedens eſt 16; ex 7, & 9, productus 63, eſt conſequens.

His addo quod ſi antecedens eſt impar, ſumma quadratorum antecedentis, & conſequentis, eſt quadratus à latere vnitate maiore, quam ſit conſequens: ita ſumma quadratorum 7 antecedentis, & 24 conſequentis, eſt quadratus à 25; & ſumma quadratorum 9 antecedentis, & 40 conſequentis, eſt quadratus à 41. Sed ſi antecedens eſt par, ſumma quadratorum antecedentis, & conſequentis, eſt quadratus à latere binario maiore, quam ſit conſequens: ita ſumma quadratorum 10 antecedentis, & 24 conſequentis, eſt quadratus à latere 26; & ſumma quadratorum 16 antecedentis, & 63 conſequentis, eſt quadratus à 65.

Oportet autem hanc tabulam ita conſcribere, vt nonniſi primi numeri appareant: nempe, aut ipſi, ſi ſunt primi, aut ex quibus primis ipſi ſunt compoſiti. Et erit initium tabulæ huiuſmodi

3.	2, 2.
2, 2.	3.
5.	2, 2, 3.
2, 3.	2, 2, 2.
7.	2, 2, 2, 3.
2, 2, 2.	3, 5.
3, 3.	2, 2, 2, 5.
2, 5.	2, 2, 2, 3.
11.	2, 2, 3, 5.
2, 2, 3.	5, 7.
13.	2, 2, 3, 7.
2, 7.	2, 2, 2, 2, 3.
3, 5.	2, 2, 2, 2, 7.
2, 2, 2, 2.	3, 3, 7.
17.	2, 2, 2, 2, 3, 3.
2, 3, 3.	2, 2, 2, 2, 5.
19.	2, 2, 3, 3, 5.

2, 2, 5.

2, 2, 5.	3, 3, 11.
3, 7.	2, 2, 5, 11.
2, 11.	2, 2, 2, 3, 5.
23.	2, 2, 2, 3, 11.
2, 2, 2, 3.	11, 13.
5, 5.	2, 2, 2, 3, 13.
2, 13.	2, 2, 2, 3, 7.
3, 3, 3.	2, 2, 7, 13.

quæ poterit in infinitum produci.

Iam ergo tentando, quiſque poterit inuenire facile quatuor numeros non proportionales, binos, & binos, quorum productus quadratus. Huiuſmodi autem duo tantum ſunt exempla in tabula, quatenus vt ſupra producta. Nam quatuor non proportionales, duo, antecedens 2, 2, 3, & conſequens 5, 7, & duo, antecedens 3, 5, & conſequens 2, 2, 2, 2, 7, producunt quadratum; nempe 12, 35, 15, 112. Item quatuor non proportionales, duo, antecedens 13, & conſequens 2, 2, 3, 7; & duo, antecedens 3, 3, 3, & conſequens 2, 2, 7, 13, producunt quadratum; nempe 13, 84, 27, 364.

Quare quatuor numeri 112, 15, 35, & 12, ſoluunt ſecundum problema. Nam 112 ad 15, maior eſt, quam vt 35 ad 12. Et ſumma quadratorum 112, & 15, eſt quadratus 113. Et ſumma quadratorum 35, & 12, eſt quadratus 37. Et productus ex quatuor 112, 15, 35, 12, eſt quadratus producti ex 2, 2, 2, 3, 5, 7, nempe 840. Item ſi vice 112, & 15, ſumantur æque proportionales; & vice 35, & 12, æque proportionales, tum alterutrimque, tum vtrimque ſumpti, variant & æquè ſoluunt problema.

Similiter quatuor numeri 364, 27, 84, & 13, ſoluunt idem problema. Nam 364, ad 27, maior eſt, quam 84 ad 13: & ſumma quadratorum 364, & 27, eſt quadratus 365: & ſumma quadratorum 84, & 13, eſt quadratus 85. Et productus ex 364, 27, 84, 13, eſt quadratus producti ex 2, 2, 3, 3, 7, 13, nempe 3277. Item æque proportionales 364,

& 27,

& 27, aut 84, & 13, alterutrimque, vel vtrimque substituti, variant, & æque soluunt problema.

Possunt ergo tentando, in tabula in infinitum producta, quatuor numeri inueniri, primus, secundus, tertius, & quartus, p, s, t, q: quorum p ad s, maior sit, quam vt t ad q: & quorum $p^2 + s^2$ quadratus; & $t^2 + q^2$ quadratus; & $pstq$ quadratus. Possunt etiam variari, per æque proportionalium sumptiones, ad eiusdem solutionem problematis $3p$, $3s$, $2t$, $2q$; aut $5p$, $5s$, $7t$, $7q$, & aliter quocunque modo.

Pro solutione autem primi problematis, oportet quatuor huiusmodi numeros inuenire, quorum primus maximus omnium. Nam semidifferentia inter aggregatum quadratorum, à producto primi, & tertij, & producto secundi, & quarti, & aggregatum quadratorum, à producto primi, & quarti, & producto secundi, & tertij, est minimus quidam numerus: cui additus quadratus differentiæ productorum à primo, & quarto, & à secundo, & tertio, facit medium quemdam numerum: & cui medio additus quadruplus productus à primo, secundo, tertio, & quarto, facit maximum numerum: quorum minimi, medij, & maximi, tres quadrati soluunt primum problema.

Minimus inquam numerus est $p^2t^2 + s^2q^2 - p^2q^2 - s^2t^2$ (2). Minimo additus $p^2q^2 - 2pstq + s^2t^2$, facit medium. Medio additus $4pstq$, facit maximum. Quorum ex constructione patet minimi, & medij differentiam esse quadratum à radice $pq - st$. Et quia $pstq$, est quadratus ex hypothesi, patet $4pstq$, esse quadratum, differentiam medij, & maximi. Et est minimi, & maximi differentia $p^2q^2 + 2pstq + s^2t^2$, quadratus à radice $pq + st$.

Rursum minimi & medij, summa est $p^2t^2 - 2pstq + s^2q^2$, quadratus à radice $pt - sq$. Minimi, & maximi, summa est $p^2t^2 + 2pstq + s^2q^2$, quadratus à radice $pt + sq$. Medij, & maximi summa est, $p^2t^2 + s^2q^2 + p^2q^2 + s^2t^2$,

pro-

productus à $p\,2 + s\,2$ quadrato, per $t\,2 + q\,2$, quadratum, & ipse quadratus.

Sed quorum summa, & differentia sunt quadrati, eorum à summa, & differentia productus, differentia est quadratorum, & ipse quadratus. Ergo minimi, & medij; minimi, & maximi; medij, & maximi, differentiæ quadratorum, sunt quadrati: & à minimo, medio, & maximo sic vt supra inuentis, tres quadrati soluunt primum problema.

Itaque pro quatuor numeris secundi problematis 112, 15, 35, 12, tres numeri sunt $6658419\frac{1}{2}$, $7329180\frac{1}{2}$, $10151580\frac{1}{2}$; vel eorum quadrupli 26633678, 29316722, 40606322, quorum quadrati, satisfaciunt primo problemati.

Itē pro quatuor numeris secundi problematis 364, 27, 84, 13, tres numeri sunt $453739664\frac{1}{2}$, $459810960\frac{1}{2}$, $502739664\frac{1}{2}$, vel eorum quadrupli 1814958658, 1839243842, 2010958658, quorum quadrat, satisfaciunt primo problemati.



PRÆ-

Illustrissimo, & Sapientissimo Viro
D. ANTONIO MALIABECHI,
Serenissimi Magni Etruriæ Ducis
Bibliothecario,
Domino suo maximè recolendo,
Petrus Mengolus Mechanicus Bonon. S. D.

1 *Opus cæpi grande nimis, Vir Illustriss. & Sapientissime, cui me imparem nunc primùm sentio, cum mihi contigit experiri,* non esse bonum hominem esse solum: *postquam Illustrissimus D. meus Hercules de Zanis Nob. Bonon. ad indulgentias Romam peregrinatus, in solitudine S. Magdalenæ me dereliquit.*

2 *Vita hominis, Astrologorum mensura, quadrantalis, ad nonagesimum videtur extendi gradum: augeri vsque ad quadragesimum quintum, deinde minui. Quadragesimus quintus annus virium est aux, & vitæ.*

3 *Musicam, & Annum ante, & prope augem scripsi, & hanc Arithmeticam meditabundus cæpi: sed perficere post augem solus non valeo. Et licet mihi genius esset, & ingenium Atlantis, non tamen sine Hercule systema mundi portatem.*

4 *Deinde hominibus nihil fidendum, valetudini obnoxijs, & furtiuæ morti: qui alijs etiam, præter studia, negotijs, ciuili necessitudine distenduntur, & diuagantur.*

5 *Porro ne contingat labores nostros in rei litterariæ profectum publicum susceptos, inopinato casu perire, conueniens iudicaui, tibi, Vir Illustrissime, communicare: qui & propria indole ad bonas artes affectus bene, & ex officio aptè tibi à Serenissimis Principibus commisso, studiosorum labores colligis, & conseruas.*

6 *Sunt autem huiusmodi communicationis partes, & præfationes ad Arithmeticam Realem tres. Prima Logica de inuentione,*

hucusque perfecta, & consummata, quam immutare non est possibile, totam regulans compositionem.

7 *Aliæ duæ de ipsa compositione sunt. Secunda Metaphysica, de rebus prima, secunda, tertia, alijsque, & de re nouissima, super tractatu iam conscripto, & partim prælo commisso, partim propemodum committendo, parum, vel nihil immutando.*

8 *Tertia est Phisica, super tractatibus nondum per extensum conscriptis, & præter ea, quæ in Musica, & Anno contemplabamur, adhuc in meditatione nostra inordinatis, & dubijs.*

PRÆFATIO LOGICA.

9 *TRifariam sunt, quæ cognoscimus; sensibilia, intelligibilia, & diuina: sensibilia, dubitanter, intelligibilia, euidenter; diuina, ineuidenter, & indubitanter, Deo scilicet reuelante, perspicimus.*

10 *Intelligibilia sunt, numerus, & ordo; ratio, & proportio; duratio, & tempus; locus, & situs; quantitas, & figura; pondus, & resistentia; momentum, & motus: de quibus disciplinæ sunt euidentes, Arithmetica, Logica, Geometria, Mechanica.*

11 *Intelligibilium vsus duplex: alter, ad sensibilia, minùs dubitanter; alter, ad diuina, minus ineuidenter cognoscenda.*

12 *In priori vsu, conceptum intelligibilem rei sensibili affingimus: perquirimus euidentes illius proprietates: quæ si fortè non respondent rei apparentijs, illo conceptu dimisso, alium fingimus; donec aliquem possimus reperire, cuius proprietates, omnibus rei apparentijs conueniant.*

13 *Sed non est possibile, de re sensibili, tollere omnem prorsus dubitationem: tùm quia non omnem aduertere possumus cuiusque rei apparentiam; tùm quia in singulis apparentijs, inter præcisè, & præter propter hæsitamus.*

14 *Hac nihilominus methodo, multum profecerunt Astronomi, Musici, Optici, qui sensibiles res, minùs dubitanter cognouerunt, & longè minùs, quam Physici, qui sine intelligibilium vsu conceptuum, sensibilia pertractant.*

15 *Vsum*

15 *Vsum posteriorem, saltem in tractatu pleno non legi: quem tamen, ex diuina authoritate, possibilem esse cognoui. Sap.* 13.5. A magnitudine enim speciei, & creaturæ, cognoscibiliter poterit creator horum videri. *Et Rom. p.* 20. Inuisibilia Dei, à creatura mundi, per ea, quæ facta sunt, intellecta, conspiciuntur: sempiterna quoque eius virtus, & diuinitas. *Magnitudo enim genus quoddam intelligibilium est: & ipsa intelligibilia oportet esse, per quæ intellecta, Deus cognoscitur.*

16 *Immo & hunc posteriorem vsum, illo priori faciliorem esse. Sap.* 13.9. Si enim homines tantum potuerunt scire, vt possent æstimare sæculum: quomodo huius Dominum non faciliùs inuenerunt?

17 *Duæ autem sunt illius prioris vsus difficultates. Sap.* 9.14. *Vna.* Cogitationes mortalium timidæ, & incertæ prouidentiæ nostræ: *nempe dubietas applicationis rei intelligibilis ad rem sensibilem. Altera.* Corpus, quod corrumpitur, aggrauat animam, & terrena inhabitatio deprimit sensum multa cogitantem: *idest multitudo eorum, quæ in re sensibili concurrunt obseruanda.* Ideoque difficile æstimamus quæ in terra sunt; & quæ in prospectu sunt, inuenimus cum labore.

18 *Huius ergo posterioris vsus, duæ oppositæ sunt facultates: vna, ex parte certitudinis diuinorum, quæ indubitanter cognoscimus; altera ex parte paucitatis, quorum cognitio, argumento à posteriori, deducitur in consequentiam.*

19 *Quibus tertia potissima facultas accedit, ex diuina reuelatione. Iis enim, qui in diuinorum nocte arcanorum, naturali euidentia intelligibilium, tanquam lucernæ lumine, vti volunt, facientibus, quod in se à Deo est, Deus non denegat gratiam fidei, ex qua etiam viuere possint.*

20 *Nos verò Catholica Romana fide instructi, tanquam Sole inter nebulas affulgente, nihil horum intelligibilium indigemus: per scripturas enim canonicas, & Sanctorum Patrum doctrinam, longe plus prouisum est nostræ imbecillitati, quam per humanas disciplinas possit.*

21 *Sed ad oues, quas habet bonus Pastor, quæ non sunt ex hoc ouili, adducendas aliunde, intelligibilibus omnium gentium verbis vtendum est, conuenienter; exemplo etiam in Chinensis Ecclesiæ fundatione nouissimo: vt possibiles, & captui faciles fidei articulos primùm perspiciant; deinde velint ipsam Pastoris vocem audire.*

22 *Et nunc maximè, quando & alieni quidam, & ex nobis ipsis, exurgunt lupi rapaces, non parcentes gregi, qui & nostras oues conantur subuertere, mechanica instruentes molimina, rerumque systemati affingentes: quibuscum diuinus videtur sermo impossibilis, vel certè durus.*

23 *Quinimmò & nostris Sacerdotibus, & Theologis, euidentiæ naturalis, quæ per solas puras Mathematicas acquiritur, ignorantiam obiectare non verentur; manifestosque errores Philosophorum: quorum placitis, nostri, ad explicandos fidei articulos vtuntur.*

24 *Ego itaque seruus Dominus N. Iesu, vocatus Mechanicus, multorum in hoc vnum argumentum annorum studia contuli, vt systema rerum omnium ordinarem: quocum, per ea, quæ facta sunt, intellecta, possibile superueniat Euangelium, & facile.*

25 *Methodum ab Astronomo accepi. Supponit ille suas aliquas, & proauorum obseruationes, de aliquo planeta: concipit deinde aliquam intelligibilem regulam motus: conceptum, propositi planetæ motui affingit: examinat, si potest, suppositas obseruationes probare calculo, ex affìcto conceptu; si non potest, mutat conceptum, donec aliquem aptissimum omnium conceptum inuenire possit, pro tali examine: pari deinde calculo, ex eodem vltimo conceptu affìcto, æstimat sæculum, & futuras prædicit obseruationes, ad vsum pronepotum satis valituras. Nam à quot annis fundata est astronomica moles, ad totidem solet annos permanere.*

26 *Ad constituendam ergo Astronomiam concurrunt: primò, fides humana obseruationum sensibilium, dubia, & fallibilis, & non nisi circiter vera: secundò, conceptus intelligibilis omnino*

nino verus in mente intelligentis, cuius pro parte, scientia euidens est, omni prorsus dubitatione remota: tertiò, applicatio conceptus ad propositi planetæ motum, prorsus dubia: constat enim iam plurimis argumentis, falsas esse antiquorum primæ classis Astronomorum applicationes huiusmodi.

27 *Itaque conclusiones Astronomicæ, duplici dubitatione sunt implicatæ: argumento ab exemplis, falsæ; & nonnisi de præter propter, veræ, ad aliquot sæcula probabiliter, & non vltra.*

28 *Quas inter, illæ ipsæmet reputantur suppositæ obseruationes, quasi demonstratæ, ex concepto motu planetæ; quorum tamen suppositioni certò certius ille plus defert, quam sui ipsius conceptus applicationi ad planetam: quod ideo patet, quia obseruationibus adhæsit constanter, & conceptus mutauit.*

29 *Immo & quantum attinet ad suppositas obseruationes, ostensio est circularis, quæ suppositionum dubietatem ipsa per se non imminuit: sed alijs obseruationibus, necesse quidem est dubietatem imminui; sed nisi per obseruationes innumerabiles, idest, per omnes omnifariam possibiles, omnino tolli est impossibile.*

30 *Hoc exemplo monstrante viam, fidei articulos indubitanter assero, ex diuina reuelatione; sicut ille asserit præteritas obseruationes, ex humana traditione. Deinde concipio aliquod intelligibilium omnium systema grande. Conceptum systema, sensibilium, & diuinarum rerum systematis affingo.*

31 *Examino si possum, fidei articulos, ex concepto afficto grandi systemate. Sed cum pluries mihi contigerit, non posse vnum, vel alterum articulum probare; conceptum subuerti statim: & iam assueui, mihi ipsi nihil credere. Nam & mihi conscius sum, multos hucusque meos pulcherrimos conceptus, in obsequium fidei suppressisse.*

32 *Sed non in hoc iustificatus sum, inuento systemate maximo intelligibilium omnium, scriptis præsentibus exarato; vn-*

de

de ni fallor, omnes, qui mihi occurrerunt, fidei articulos explano.

33 Nam ad hoc systema constituendum concurrunt. Primò, diuina fides articulorum ineuidens, licet indubia. Secundò, conceptus intelligibilis verus, vt æstimo, in mea mente. Tertiò, applicatio ad rerum omnium systema, prorsus dubia.

34 Conclusiones, quas ex hoc deduco systemate, vna saltem dubitatione sunt implicatæ, ex parte applicationis ad systema rerum; & vna saltem ineuidentia, ex parte articulorum fidei: inter quas ipsos etiam articulos fidei, ita quasi ostendo, vt ijs longè plus deferam, quam dubiæ applicationi systematis ad systema.

35 Sed & quantum ad ipsos attinet articulos, ostensio est circularis quæ per se, eorum non imminuit ineuidentiam: sed alijs suffragantibus articulis, vel qui hucusque mihi non occurrerunt, vel qui hucusque non sunt reuelati, necesse est ineuidentiam imminui, ex inuicem comparatione.

36 Sed nisi Deus ipse omnia reuelauerit, quæ reuelabilia sunt; omnesque articuli possibiles suffragentur: ineuidentia tolli non potest. Præterquam quod ipsa dubietas applicationis adhuc manet, donec omnia, & diuina, & sensibilia, & ipsamet intelligibilia omnifariam, nostræ mentis oculis nuda sint, & aperta.

37 Sed si mihi occurrerit cum vno ex articulis fidei manifesta aliqua contradictio; iam assueui, & paratus sum, cum fideli Abraham, hunc meum conceptum Isaac, quem diligo, mactare Deo; & diuino afflante spiritu, in holocaustum offerre, salua etiam spe futuræ multæ propaginis.

38 Nam ex multis hucusque similiter oblatis conceptibus, quinque indolis optimæ suscepi partus, quos iam coram omnibus produxi: tres ex genere intelligibilium; vnum de quasi rationibus Elementum quintum Geometriæ Speciosæ; alterum, Circulum, ex quo, nepotes logarithmos, penes me retinui; & nouissimè tertiam, Arithmeticam Rationalem; qui, ad præcellentem omniformis animæ nostræ conditionem cognoscendam,

dam, conferre plurimùm videntur : duos, ex genere sensibilium, Musicam Speculatiuam, & Annum; qui pro immortalitate animæ viuunt, & pro Terræ stabilitate subsistunt.

39 *Sicut ergo Astronomia obseruationibus, ita hæc mea qualiscunque rerum omnium Arithmetica, fidei articulis innititur: & sicut illa obseruationibus, ita hæc etiam articulis confirmatur: vt & illa omnino sit obseruationibus posthabenda; & hæc, articulis.*

40 *Immo hæc ipsa systematica compositio, exercitium quoddam est diuinæ fidei, quòd bono potest exemplo esse inter Catholicos Romanos: alijs verò potest eße, quasi lucerna in nocte; donec nascenti demum affusa Auroræ dispereat, & in futuræ diei lumine absorbeatur.*

41 *Huius doctrinæ apta methodus est Mathematica, sicut Astronomiæ: & pro breuitate simul, & facilitate, apta est maximè intelligentiæ methodus: qua tunc primùm assumo terminum, & positionem, cum primùm ijs mihi vtendum est: & sic ordino conclusiones, vt singularum, ferè singuli sint medij termini declarationis.*

42 *Necesse ergo est, quod termini sint Mathematici: qui conceptus explicant intelligibiles, ita vt in animo cognoscentis euidentes sint, & indubij.*

43 *Positiones quoque oportet Mathematicas esse, de ijsdem terminis intelligibilibus; ideoque indubias, & euidentes: vnde conclusiones indubiæ similiter fiant, & euidentes.*

44 *Et quia diuinæ fidei articuli, significantur vocabulis, quæ videntur secundum suam proprietatem rerum sensibilium esse, sed pro sensu Ecclesiæ, Sanctorumque Patrum ad diuina transferri: necesse est in terminis Mathematicis duas res, diuinam, & sensibilem, pari explicare conceptu intelligibili: vt de re sensibili propriè quidem, sed cum multorum admixtione concurrentium ad rem sensibilem componendam; de re verò diuina, magis propriè, & omnino purè intelligatur.*

45 *Necesse est etiam pro applicatione systematis ad systema, quasdam apponere suppositiones dubias, & ineuidentes: quarum*

ad-

admixtione, tota hæc systematica compositio, dubia sit, & ineuidens. Pertinet autem ad methodi artem nostram, vt vel vna tantùm sit suppositio; vel quantum fieri poterit, sint suppositiones paucissimæ.

46 *Quoniam verò totum hoc systema, & singulæ illius partes, illo maximo, & primo fidei articulo, quasi solida basi, grauitatisque centro superædificantur, quo seipsum Deus Optimus Maximus, nobis, per intelligibiles terminos reuelauit, vnum, & trinum, ad Arithmeticam pertinentes: animaduerti totam hanc tractationem Arithmeticam esse, & proprio etiam Arithmeticæ methodo intelligentiæ, per paucissimas conclusiones tradi posse.*

47 *Quæ cum rebus omnibus applicata sit Arithmetica, & subtilissimis ex contemplationibus concinnata, Realis Arithmetica, iure optimo nuncupatur, & numeris, apicibus, terminis, positionibus, suppositionibus, & punctis, distinguitur.*

48 *Huius Arithmeticæ forma est ordo; materia, sunt res; totum subiectum ipsæ sunt res ordinatæ; vnde & eius partes præcipuæ sunt, Arithmetica de re prima, Arithmetica de re secunda, Arithmetica de rebus tertia, quarta, quinta, aliisque deinceps innumerabilibus intelligentiis, Arithmetica de re nouissima: quam necesse est priorem aliquam Arithmeticam præcedere de rebus in ordine ad nouissimam rem.*

49 *Tota ergo hæc Realis Arithmetica, vel de vna re prima est, à qua omnis res est; vel de duabus est rebus prima, & nouissima, propter quas omnis alia res est: quæ præcipuum sunt huius doctrinæ subiectum· quarum ab vna prima, & quibus in duabus Alpha, & Omega, principio, & fine, totum pendet systema.*

50 *Vnde placuit breuiter totam sequenti tetrastico complecti.*

Sunt vnum tria, sunt duo; sed non quatuor: vnus
  Ordo est omnium; & ars ordinis vna mihi.
Tota dies, labor vnus, ab vno pane: futuram
  Qui mihi pars ad cœnam optima salua manet.

PRÆ-

PRÆFATIO.



Vmerorum doctrina, præ omnibus naturaliter perſpecta, intelligentia potius mihi videtur, quam ſcientia: nam ſemper, tametſi nouas, & admirabiles, tamen immediata faciles euidentia, profert concluſiones exquiſitoribus.

Huius vnam partem numerorum, quos numerantes vocant, fæliciter ab anteceſſoribus Mathematicis inſtitutam accepi, & in Opuſculis Via Regia, Nouæ Quadraturæ, Geometria Specioſa, Circolo, Muſica Specolatiua *nuncupatis, promoui. Alteram vero potiorem partem numeratorum numerorum, non habens, quæſiui; & ecce inueni: quam in vltimo Opuſculo* Anno, *tunc meditabundus pollicebar; atque hic ſtudioſis veritatis lubens offero.*

Subdiuiditur hæc pars in duas Arithmeticas, Rationalem, & Realem. *Rationalem voco à rationibus numeratis: Realem, à rebus.*

Rationalis mihi accidit, ex vſu longo Spe-

ciosæ Algebræ: quo animaduerti, quod in communi Logica, à Philosophis hucusque vsurpata, quæ Organum dicitur Aristotelis, vna pars princeps artis vacat, de diuisione. Quo in loco nostra hæc esse deinceps poterit Arithmetica.

Itaque ad euidentiam, Mathematica vsus methodo elementari, qua ipse quoque Aristoteles in libris Priorum, quatuor Arithmeticæ Rationalis elementa composui, quatenus ostenderem, hanc nostram contemplationem, innumerabilium theorematum fœcundam esse.

Realem Arithmeticam, mihi diuinitus traditam, luminique affusam naturæ (non enim est abbreuiata manus Domini) alia posterius methodo intelligentiæ propria, per descriptiones, & diuisiones, ex Rationali scilicet Arithmetica, conferam in commune, si per Principum licentiam potero.



ARI-

ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM PRIMVM.

DEFINITIONES.

1 SIgnum eſt, quo vtimur ad ſignificandum.
2 Significabile eſt, quod ſigno aliquo ſignificamus.
3 Signa ſunt, in voce, in ſcripto, in nutu, in geſtu, & picta, & ſculpta, in phantaſia, in mente, in alioue quolibet exteriori, aut interiori ſignificandi inſtrumento.
4 Terminus dicetur, ſignum in mente. aliàs, Ratio.
5 Terminabile dicetur, termino ſignificabile.
6 Congruentes dicentur duo termini, quorum alterutro omne terminabile, eſt & altero terminabile.
7 Contradictorij dicentur duo termini, quorum omne non alterutro terminabile, eſt altero terminabile.
8 Duorum terminorum dicetur vnus in altero contineri, quorum vno omne terminabile, eſt & altero terminabile; ſed non è contra.
9 Vnus quidem dicetur, Contentus.
10 Alter verò, Continens.
11 Contrarij dicentur duo termini, quorum alteruter, in alterius contradictorio continetur.
12 Aduerſi dicentur duo termini, quorum alteruter, alterius continet contradictorium.
13 Diuerſi dicentur duo termini, qui neque congruentes, neque contradictorij ſunt, neque continens, & contentus, neque contrarij, neque aduerſi.
14 Supremus dicetur terminus, qui in nullo alio termino continetur.

15 Ex duobus terminis, limitatus vnus terminus dicetur, quo significamus id solùm, quod vtrisque simul est terminabile.

16 Ex tribus, aut pluribus terminis, limitatus vnus terminus dicetur, quo significamus id solùm, quod simul omnibus est terminabile.

17 Et ex quibus limitatus est terminus, limitantes dicentur.

18 Ex duobus terminis cumulatus vnus terminus dicetur, quo significamus omne terminabile, quod est alterutro terminabile, & non aliud quidpiam.

19 Item ex tribus, aut pluribus terminis, cumulatus vnus terminus dicetur, quo significamus omne, quod est singillatim omnibus terminabile, & non aliud quidpiam.

20 Et ex quibus cumulatus est terminus, cumulãtes dicẽtur.

AXIOMATA.

1 SI trium terminorum primus congruit secundo, & secundus tertio: etiam primus congruit tertio.

2 Quod si primus congruit secundo, & secundus in tertio continetur: etiam primus in tertio continetur.

3 Item si primus in secundo continetur, & secundus tertio congruit: primus in tertio continetur.

4 Quod si primus in secundo continetur, & secundus in tertio: etiam primus in tertio continetur.

5 Limitatum ex aliquot terminis, limitant ex iisdem omnibus, quomodolibet assumptis, termini limitati.

6 Cumulatum ex aliquot terminis, cumulant ex iisdem omnibus, quomodolibet assumptis, términi cumulati.

POSTVLATA.

1 POstuletur, vt dati cuiusque termini non supremi, contradictorium terminum assumere concedatur.

2 Et ex datis duobus non contradictorijs, neque contrarijs quibusque terminis, limitatum assumere.

3 Et ex datis duobus quibusque, cumulatum assumere.

THEOREMA PRIMVM. PROPOSITIO PRIMA.

Contradictorij congruentium, ſunt congruentes.

Hypotheſis.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto congruentes *A*, *B*.

Dico etiam *a*, *b*, congruentes eſſe.

Demonſtratio.

def. 6. Si *a*, *b*, non ſunt congruentes; non omne terminabile alterutro *a*, *b*, erit altero terminabile: aſſignabitur ergo *c*, terminabile termino *a*, & non terminabile termino *b*: ergo *c*, erit terminabile termino *B*, *def. 7.* & non terminabile termino *A*: ergo *A*, *B*, non erunt congruentes, contra hypotheſim. Ergo *a*, *b*, *def. 6.* ſunt congruentes. Quod demonſtrare oportebat.

Quare contradictorij congruentium, ſunt congruentes.

Theor. 2. Prop. 2.

Contradictorij contradictoriorum, ſunt contradictorij.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto contradictorij *A*, *B*.

Dico etiam *a*, *b*, contradictorios eſſe.

Demonſtr.

def. 7. Omne terminabile termino *a*, eſt terminabile non termino *A*, & eſt terminabile termino *B*, & eſt terminabile non termino *b*. Simili ratione oſtendetur, quod omne terminabile non termino *a*, eſt terminabile termino *b*. Et è conuerſo omne terminabile termino *b*, eſt terminabile non termino *a*. Et omne terminabile non termino *b*, eſt terminabile termino *a*. Ergo *a*, *b*, ſunt contradictorij. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 3. Prop. 3.

Contradictorius continentis, continetur in contradictorio contenti.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & *A* contineat ipsum *B*. Dico *a* contineri in *b*.

Demonstr.

Omne terminabile termino *a*, vel est etiam terminabile termino *b*, vel non: si non; assignabitur *c*, ter-
def. 7. minabile termino *a*, & non termino *b*; ideoque terminabile termino *B*, & non termino *A*; ergo *B*,
def. 8. non continebitur in *A*, contra hypothesim. Omne ergo terminabile termino *a*, est etiam terminabile
def. 6. termino *b*: sed & vel è conuerso, vel non. Si è con-
p. h. uerso; erunt *a*, *b* congruentes: quorum contradictorij *A*, *B*, erunt congruentes: & non *A* continet
def. 6. ipsum *B*, contra hypothesim. Ergo omne terminabile termino *a*, est etiam terminabile termino *b*, & non è conuerso. Ergo *a*, continetur in *b*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 4. Prop. 4.

Contradictorij contrariorum, sunt aduersi.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*, *B*, *b*: & sunto *A*, *B*, contrarij. Dico *a*, *b*, esse aduersos.

Demonstr.

def. 11. *A* in *b*, continetur; & *B* in *a*: & *b*, continet *A*; & *a*
def. 12. continet *B*: ideoque *a*, *b*, sunt aduersi. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 5. Prop. 5.

Contradictorij aduersorum, sunt contrarij.

Hy-

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & sunto aduersi *A*, *B*.
Dico *a*, *b*, contrarios esse.

Demonstr.

def. 12. | *A* continet *b*; *B* continet *a*: ideoque *a* in *B*; & *b* in *A*
def. 11. | continetur: ergo *a*, *b*, sunt contrarij. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 6. Prop. 6.

Contradictorij diuersorum, sunt diuersi.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & sunto diuersi *A*, *B*.
Dico *a*, *b*, diuersos esse.

Demonstr.

p. h. | Non enim *a*, *b*, sunt congruentes; alioquin *A*, *B*, essent congruentes: neque *a*, *b*, contradictorij; alioquin *A*, *B*, essent contradictorij: neque *a*, contine-
2. h. |
3. h. | tur in *b*; alioquin *A*, contineret *B*: neque *a*, continet *b*; alioquin *A*, contineretur in *B*: neque *a*, *b*, sunt
4. h. | contrarij; alioquin *A*, *B*, essent aduersi: neque *a*, *b*, sunt aduersi; alioquin *A*, *B*, essent contrarij. Quæ
5. h. | omnia sunt contra hypothesim, qua dicitur quod
def. 13. | *A*, *B*, sunt diuersi. Ergo etiam *a*, *b*, sunt diuersi. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 7. Prop. 7.

Congruentium alteruter, ad alterius cōtradictorium est contradictorius.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & sunto *A*, *B*, congruentes.
Dico esse binos contradictorios *A*, *b*, & *B*, *a*.

Demonstr.

p. h. | Quoniam *A*, *B*, sunt congruentes; etiam *a*, *b*, sunt

con-

def.7. def.6. congruentes. Omne terminabile non termino *A*, est terminabile termino *a*; & est terminabile termino *b*. Item omne terminabile non termino *b*, est terminabile termino *B*; & est terminabile ter-
def.7. mino *A*. Ergo *A*, *b*, sunt contradictorij. Ergo
p. h. etiam *B*, *a*, sunt contradictorij. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 8. Prop. 8.

Contradictoriorum alteruter, ad alterius contradictorium est congruens.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: item sunto contradictorij *A*, *B*.

Dico *A*, *b*, esse congruentes; item *B*, *a*, congruentes.

Demonstr.

2. h. Quoniam *A*, *B*, sunt contradictorij; etiam *a*, *b*, sunt
def.7. contradictorij. Omne terminabile termino *A*, est terminabile non termino *a*; & est terminabile termino *b*. Item omne terminabile termino *b*,
def.6. est terminabile non termino *a*; & est terminabile termino *A*. Ergo *A*, *b*, sunt congruentes. Ergo
p. h. etiam *B*, *a*, sunt congruentes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Continens, ad contenti contradictorium est aduersus.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & *A*, contineat ipsum *B*.

Dico *A*, *b*, esse aduersos.

Demonstr.

3. h. Quoniam *A*, continet *B*; *a*, continetur in *b*: & *b*, con-
def.12. tinet *a*; & *A*, continet *B*: ergo *A*, *b*, sunt aduersi. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Contentus ad continentis contradictorium eſt contrarius.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & *A*, contineatur in *B*.
Dico *A*, *b*, eſſe contrarios.

Demonſtr.

9. *h.* Quoniam *B*, continet *A*; *a*, *B*, ſunt aduerſi: Ergo
5. *h.* *A*, *b*, ſunt contrarij. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 11. Prop. 11.

Diuerſorum alteruter, ad alterius contradictorium eſt diuerſus.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & *A*, *B*, diuerſi.
Dico *A*, *b*, eſſe diuerſos; item *a*, *B*, diuerſos.

Demonſtr.

7. *h.* Non enim *A*, *b*, ſunt congruentes; alioquin *A*, *B*, eſſent contradictorij:
8. *h.* neque *A*, *b*, contradictorij; alioquin *A*, *B*, eſſent congruentes: neque *A*, con-
9. *h.* tinet *b*; alioquin *A*, *B*, eſſent aduerſi: neque *A*, con-
10. *h.* tinetur in *b*; alioquin *A*, *B*, eſſent contrarij: neque *A*, *b*, ſunt aduerſi; alioquin *A*, continere *B*: ne-
def. 12. que *A*, *b*, ſunt contrarij; alioquin *A*, contineretur
def. 11. in *B*. Quæ omnia ſunt contra hypotheſim, quæ
def. 13. dicitur, quod *A*, *B*, ſunt diuerſi: Ergo etiam *A*, *b*,
6. *h.* ſunt diuerſi: ergo & *a*, *B*, ſunt diuerſi. Quæ, &c.
Quare, &c.

Theor. 12. Prop. 12.

Terminabile alterutro duorum limitantium, & non limitato; neque altero eſt terminabile.

Hypoth.

Ex duobus limitantibus *A*, *B*, eſto terminus limitatus *A*, *B*:

& esto *C*, terminabile termino *A*, sed non limitato *A*, *B*.

Dico *C*, neque termino *B*, terminabile esse.

Demonstr.

def. 15. Si *C*, esset terminabile termino *B*; cum sit etiam terminabile termino *A*; esset terminabile vtrisque simul terminis *A*, *B*; & esset terminabile limitato *A B*, contra hypothesim. Ergo *C*, est terminabile non termino *B*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Terminabile cumulato termino, & non alterutro cumulantium; vtique altero est terminabile.

Hypoth.

Ex duobus cumulantibus *A*, *B*, esto terminus cumulatus *A B*: & esto *C*, terminabile cumulato *A B*, sed non termino *A*.

Dico *C*, terminabile esse termino *B*.

Demonstr.

def. 18. Si *C*, non esset terminabile termino *B*; cum neque sit terminabile termino *A*; non erit alterutro *A*, *B*, terminabile: neque erit terminabile cumulato *A B*, contra hypothesim. Ergo *C*, est terminabile termino *B*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 14. Prop. 14.

Limitatus ad vnumquemlibet limitantium, aut est congruens, aut contentus.

Hypoth.

Ex duobus *A*, *B*, esto limitatus *A B*.

Dico limitatum *A B*, ad *A*, aut congruentem esse, aut contentum; & similiter ad *B*.

Demonstr.

def. 15. Nam omne terminabile limitato *A B*, est terminabile

def. 6. def. 8. bile termino *A*: & vel è conuerſo, vel non. Si è conuerſo; limitatus *A B*, ad *A*, eſt congruens. Si non è conuerſo; limitatus *A B*, continetur in *A*. Ergo limitatus *A B*, ad *A*, vel eſt congruens, vel contentus. Similiter oſtendetur, quod limitatus *A B*, ad *B*, vel eſt congruens, vel contentus. Quę, &c. Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Cumulatus ad vnumquemlibet cumulantium, aut eſt congruens, aut continens.

Hypoth.

Ex duobus *A*, *B*, eſto cumulatus *A B*.

Dico cumulatum *A B*, ad *A*, aut congruentem eſſe, aut continentem; & ſimiliter ad *B*.

Demonſtr.

def. 18. Nam omne terminabile termino *A*, eſt terminabile cumulato *A B*; & vel è conuerſo, vel non. Si è
def. 6. conuerſo; cumulatus *A B*, ad *A*, eſt congruens.
def. 8. Si non è conuerſo; *A*, in cumulato *A B*, continetur. Ergo cumulatus *A B*, ad *A*, vel eſt congruens, vel continens. Similiter oſtendetur, quod cumulatus *AB*, ad *B*, vel eſt congruens, vel cõtinens. Quæ, &c. Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Limitatus ad cumulatum, quorum ijdem ſunt limitantes, & cumulantes, aut eſt congruens, aut contentus.

Hypoth.

Ex ijſdem *A*, *B*, ſunt limitatus *A B*, & cumulatus *A B*.

Dico limitatum *A B*, ad cumulatum *A B*, congruentem eſſe, vel contentum.

Demonſtr.

14. h. Limitatus *A B*, ad *A*, vel eſt congruens, vel conten-
15. h. tus. Et *A*, ad cumulatum *A B*, vel eſt congruens,

axx. vel contentus. Ergo limitatus *AB*, ad cumulatum *AB*, vel eſt congruens, vel contentus. Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 17. Prop. 17.

Limitatus, & ex contradictorijs limitantium cumulatus, inuicem ſunt contradictorij.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & ex *A*, *B*, limitatus *AB*; & ex *a*, *b*, cumulatus *ab*.

Dico limitatum *AB*, & cumulatum *ab*, eſſe contradictorios.

Demonſtr.

def. 18. def. 7. Omne terminabile non cumulato *ab*, eſt terminabile non termino *a*, neque termino *b*: ideoque terminabile eſt termino *A*, & termino *B*: & vtriſque def. 15. ſimul, & non ſeorſim; alioquin eſſet terminabile vno, vel altero *a*, *b*: atque ideo etiam terminabile def. 15. eſt limitato *AB*. E'conuerſo, omne terminabile def. 7. non limitato *AB*, eſt terminabile non vtroque ſimul *A*, & *B*; ſed vel ſeorſim vno *A*, & non *B*, vel def. 18. vno *B*, & non *A*, vel neutro, non *A*, nec *B*: ideoque eſt terminabile, vel termino *b*, vel termino *a*: def. 7. & eſt terminabile cumulato *ab*. Ergo limitatus *AB*, & cumulatus *ab*, ſunt cōtradictorij. Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 18. Prop. 18.

Cumulatus, & ex contradictorijs cumulantium limitatus, inuicem ſunt contradictorij.

Hypoth.

Sunto bini contradictorij *A*, *a*; *B*, *b*: & ex *a*, *b*, cumulatus *ab*; & ex *A*, *B*, limitatus *AB*.

Dico cumulatum *ab*, & limitatum *AB*, eſſe contradictorios.

Demonstr.

17. *h.* | Limitatus *A B*, & cumulatus *a b*, ſunt contradicto-
rij. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 19. *Prop.* 19.

Ex duobus congruentibus limitatus eſt vtrique congruens.

Hypoth.

Sunto *A*, *B* congruentes: & ex his limitatus *A B*.
Dico *A*, *B*, & limitatum *A B*, eſſe congruentes.

Demonstr.

def. 15. | Omne terminabile limitato *A B*, eſt etiam terminabile termino *A*: & vel è conuerſo, vel non. Si non;
12. *h.* | aſſignetur *C*, terminabile *A*, & non limitato *A B*:
def. 6. | eritque *C*, terminabile non termino *B*: & non erunt *A*, *B*, congruentes, contra hypotheſim. Ergo omne terminabile termino *A*, eſt terminabile
def 6. | limitato *A B*. Ergo *A*, & limitatus *A B*, ſunt con-
ax. p. | gruentes. Ergo *B*, & limitatus *A B*, ſunt congruentes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 20. *Prop.* 20.

Ex duobus congruentibus cumulatus, eſt vtrique congruens.

Hypoth.

Sunto *A*, *B*, congruentes: & ex his cumulatus *A B*.
Dico *A*, *B*, & cumulatum *A B*, eſſe congruentes.

Demonstr.

def. 18. | Omne terminabile termino *A*, eſt etiam terminabile cumulato *A B*: & vel è conuerſo, vel non. Si
13. *h.* | non; aſſignetur *C*, terminabile cumulato *A B*, & non termino *A*; ideoque terminabile termino *B*:
def. 6. | & non erunt *A*, *B* congruentes, contra hypotheſim. Ergo omne terminabile cumulato *A B*, eſt
def. 6. | terminabile termino *A*. Ergo *A*, & cumulatus *A B*,

ſunt

ax. p. | ſunt congruentes. Ergo *B*, & cumulatus *AB*, ſunt congruentes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 21. Prop. 21.

Ex duobus contradictorijs nullus eſt limitatus.

Hypoth.

Sunto *A*, *a*, contradictorij.
Dico ex *A*, *a*, nullum eſſe limitatum.

Demonſtr.

def. 7. | Omne terminabile termino *A*, eſt terminabile non termino *a*: & è conuerſo. Ergo nullum eſt aſſignabile terminabile ſimul vtroque *A*, *a*. Ergo ex
def. 15. | *A*, *a*, nullus eſt limitatus. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 22. Prop. 22.

Ex duobus contradictorijs cumulatus eſt ſupremus.

Hypoth.

Sunto *A*, *a*, contradictorij.
Dico ex *A*, *a*, cumulatum eſſe ſupremum.

Demonſtr.

Aſſignetur terminus *B*, ſi poteſt, in quo cumulatus ex
def. 8. | *A*, *a*, continetur: eritque aliquod terminabile termino *B*, & non cumulato ex *A*, *a*; ideſt neque termino *A*, neque termino *a*: Ergo non omne terminabile non termino *A*, eſt terminabile termino *a*; & non omne terminabile non termino *a*, eſt
def. 7. | terminabile termino *A*: ideoque *A*, *a*, non ſunt contradictorij, contra hypotheſim. Ergo nullus eſt terminus, in quo cumulatus ex *A*, *a*, contineatur.
def. 14. | Ergo cumulatus ex *A*, *a*, eſt ſupremus. Quod, &c.
Quare, &c.

The-

Theor. 23. Prop. 23.

Ex duobus contento, & continente, limitatus congruit contento.

Hypoth.

A, continetur in *B*: & ex his limitatus eſt *AB*.

Dico *A*, & limitatum *AB*, eſſe congruentes.

Demonſtr.

def. 15. Omne terminabile limitato *AB*, eſt terminabile termino *A*; & vel è conuerſo, vel non. Si non: ergo aliquod terminabile termino *A*, erit terminabile
12. *h.* non limitato *AB*: ideoque erit terminabile non
def. 8. termino *B*: & *A*, non continebitur in *B*, contra hypotheſim. Ergo omne terminabile termino *A*, eſt terminabile limitato *AB*: Ergo *A*, & limitatus
def. 6. *AB*, ſunt congruentes. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 24. Prop. 24.

Ex duobus continente, & contento, cumulatus congruit continenti.

Hypoth.

A, continet *B*: & ex his cumulatus eſt *AB*.

Dico *A*, & cumulatum *AB*, congruere.

Demonſtr.

def. 18. Omne terminabile termino *A*, eſt terminabile cumulato *AB*: & vel è conuerſo, vel non. Si non: erit aliquod terminabile cumulato *AB*, & non ter-
13. *h.* mino *A*: ideoque terminabile termino *B*: non
def. 8. ergo *B*, continebitur in *A*, contra hypotheſim. Ergo omne terminabile cumulato *AB*, eſt terminabile termino *A*. Ergo *A*, & cumulatus *AB*, con-
def. 6. gruunt. Quod, &c.

Quare, &c.

The-

Theor. 25. Prop. 25.

Ex duobus contrarijs, nullus eſt limitatus.

Hypoth.

A, *B*, ſunt contrarij.

Dico ex *A*, *B*, nullum eſſe limitatum.

Demonſtr.

def. 11. Quoniam *A*, *B*, ſunt contrarij, alteruter in alterius
def. 8. contradictorio continetur: & omne terminabile termino *A*, eſt terminabile non termino *B*; & om-
def. 7. ne terminabile termino *B*, eſt terminabile non termino *A*. Ergo non poteſt aſſignari terminabile
def. 15. vtroque ſimul *A*, *B*. Ergo ex *A*, *B*, nullus eſt limitatus. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 26. Prop. 26.

Cumulatus ex contrarijs, continet cumulantes.

Hypoth.

A, *B*, ſunt contrarij: & ex his cumulatus *A B*.

Dico cumulatum *A B*, continere *A*, & continere *B*.

Demonſtr.

15. h. *A*, vel congruit, vel continetur in cumulato *A B*. Si congrueret, quoniam cumulatus *AB*, vel congruit,
axx. vel continet ipſum *B*; ergo *A*, vel congrueret, vel
def. 6. & 8. contineret *B*; & omne terminabile termino *B*, eſſet terminabile termino *A*; & *B* non contineretur in contradictorio *A*; & non eſſent *A*, *B*, contrarij,
def. 11. contra hypotheſim. Ergo *A*, continetur in cumulato *A B*. Similiter oſtendetur quod *B*, continetur in cumulato *A B*. Ergo cumulatus *A B*, continet *A*, & continet *B*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 27. Prop. 27.

Limitatus ex aduersis, in limitantibus continetur.

Hypoth.

A, *B*, sunt aduersi: & ex his limitatus *A B*.

Dico limitatum *A B*, in *A*, contineri, & in *B*, contineri.

Demonstr.

14. *h.* Limitatus *A B*, vel congruit, vel continetur in *A*. Si congrueret, quoniam limitatus *A B*, vel congruit,
axx. vel continetur in *B*; etiam *A*, vel congrueret, vel
def. 6. contineretur in *B*; & omne terminabile termino *A*,
& 8. esset terminabile termino *B*; & non esset aliquod terminabile termino *A*, & non termino *B*; & *A*, non contineret contradictorium *B*; & non essent
def. 12. *A*, *B* aduersi, contra hypothesim. Ergo limitatus *A B*, continetur in *A*. Similiter ostendetur, quod etiam continetur in *B*. Quæ, &c.

Quare, &c.

Theor. 28. Prop. 28.

Cumulatus ex aduersis, est supremus.

Hypoth.

A, *B* sunt aduersi: & ex his cumulatus *A B*.

Dico cumulatum *A B*, esse supremum.

Demonstr.

15. *h.* Cumulatus *A B*, continet, vel congruit *B*: & *B* conti-
def. 12. net contradictorium *A*: Ergo cumulatus *A B*, continet contradictorium *A*. Sed cumulatus *AB*, con-
axx. tinet, vel congruit *A*: non autem congruit, alio-
15. *h.* quin *A*, suum contradictorium contineret: Ergo
ax. 3. cumulatus *A B*, continet *A*, & continet eius contradictorium. Sed omne terminabile, aut *A*, aut
def. 7. eius contradictorio est terminabile: ergo omne terminabile, est terminabile cumulato *A B*. Ergo
def. 8. nullus est alius terminus assignabilis, in quo cumu-

def. 14. latus *AB*, contineatur. Ergo cumulatus *AB*, est supremus. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 29. Prop. 29.

Limitatus ex diuersis in limitantibus continetur.

Hypoth.

A, *B*, sunt diuersi: & ex his limitatus *AB*.

Dico limitatum *AB*, contineri in *A*, & contineri in *B*.

Demonstr.

14. h. Limitatus *AB*, vel congruit, vel continetur in *A*. Si congrueret, quoniam limitatus *AB*, vel congruit,

axx. vel continetur in *B*; etiam *A*, vel congrueret, vel contineretur in *B*; & non essent *A*, *B*, diuersi, con-

def. 13. tra hypothesim. Ergo limitatus *AB*, continetur in *A*. Similiter ostendetur, quod limitatus *AB*, continetur in *B*. Quæ, &c.

Quare, &c.

Theor. 30. Prop. 30.

Cumulatus ex diuersis continet cumulantes.

Hypoth.

A, *B*, sunt diuersi: & ex his cumulatus *AB*.

Dico cumulatum *AB*, continere *A*, & continere *B*.

Demonstr.

15. h. Cumulatus *AB*, vel congruit, vel continet *A*. Si

axx. congrueret, quoniam etiam congruit, vel continet *B*; etiam *A* congrueret, vel contineret *B*; &

def. 13. non essent *AB*, diuersi, contra hypothesim. Ergo cumulatus *AB*, continet *A*. Similiter ostendetur, quod cumulatus *AB*, continet *B*. Quæ, &c.

Quare, &c.

Theor. 31. Prop. 31.

Supremi termini sunt congruentes.

Hypoth.

Sint ſupremi termini *A*, *B*.
Dico *A*, *B* eſſe congruentes.

Demonſtr.

def. 14. | Nullus terminus eſt, in quo *A* contineatur: ergo omne
def. 8. | terminabile, eſt termino *A*, terminabile. Et ſimi-
| liter omne terminabile, eſt termino *B*, termina-
| bile: ideoque omne terminabile alterutro *A*, *B*,
def 6. | eſt & altero terminabile. Ergo *A*, *B*, ſunt con-
| gruentes. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 32. Prop. 32.

Omnis non ſupremus terminus, in ſupremo termino conti-
netur.

Hypoth.

Eſto non ſupremus terminus *A*: & eſto ſupremus *B*.
Dico *A*, in *B*, contineri.

Conſtructio.

poſt. p. | Aſſumatur ipſius *A*, contradictorius *a*: & ex *A*; *a*
poſt. 3. | cumulatus *A a*.

Demonſtr.

15. h. | *A*, congruit, vel continetur in cumulato *A a*: cumu-
22. h. | latus *A a*, eſt ſupremus; & congruit *B*: ergo *A* con-
31. h. | gruit, vel continetur in *B*: ergo omne termina-
axx. |
def. 6. | bile termino *A*, eſt terminabile termino *B*. Simi-
& 8. | liter omne terminabile termino *a*, eſt terminabile
| termino *B*: & non eſt terminabile termino *A*: ergo
def. 7. | aliquod terminabile termino *B*, non eſt terminabi-
| le termino *A*. Ergo *A*, non congruit *B*: ideoque
def. 6. | *A*, in *B*, continetur. Quod, &c.
| Quare, &c.

Theor. 33. Prop. 33.

Supremus terminus nullum habet contradictorium.

Hypoth.

Esto supremus terminus A.
Dico A, non habere contradictorium.

Constr.

post. 3. | Assumatur si potest a, contradictorius ad A:& ex A, a, fiat cumulatus $A\,a$.

Demonstr.

22. h. | Cumulatus $A\,a$, est supremus; & congruit ipsi A: a,
31. h. | congruit, vel continetur in cumulato $A\,a$: ergo a,
15. h. | congruit, vel continetur in A: & omne terminabi-
axx. | le termino a, est etiã terminabile termino A. Ergo
def. 7. | a, non est contradictorius ad A, contra assumptum. Ergo A, non habet contradictorium. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 34. Prop. 34.

Supremus terminus nullum habet contrarium.

Hypoth.

Esto supremus terminus A.
Dico A, non habere contrarium.

Demonstr.

def. 11. | Si enim A, haberet contrarium, in eius contradicto-
def. 14. | rio contineretur: sed A, cum sit supremus, non potest in aliquo termino contineri: ergo A non habet contrarium. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 35. Prop. 35.

Supremus terminus nullum habet aduersum.

Hypoth.

Esto supremus terminus A.
Dico A, nullum habere aduersum.

Demonstr.

def. 12. | Si enim A, haberet aduersum, haberet etiam contradictorium, qui in ipso aduerso contineretur:

sed

33. *h.* | ſed *A*, non habet contradictorium: Ergo *A*, non habet aduerſum. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 36. Prop. 36.

Supremus terminus nullum habet diuerſum.

Demonſtr.

31. *h.* | Omnis terminus, vel ſupremus eſt, vel non ſupremus;
32. *h.* | & ad ſupremum terminum, vel eſt congruens, vel
def. 14. | contentus: ergo nullus terminus ad ſupremum terminum eſt diuerſus. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 37. Prop. 37.

Limitatus ex congruentibus, congruit cumulato.

Demonſtr.

19. *h.* | Sic enim limitatus congruit limitantibus: & ijdem
20. *h.* | limitantes, qui etiam ſunt cumulantes, congruunt
ax. p. | cumulato. Ergo limitatus, & cumulatus ex congruentibus, ſunt congruentes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor 38. Prop. 38.

Limitatus ex continente, & contento, in cumulato ex ijſdem continetur.

Demonſtr.

23. *h.* | Limitatus ex continente, & contento, congruit con-
ax. 2. | tento; ideoque continetur in continente; & is con-
24. *h.* | gruit cumulato ex ijſdem: ideoque limitatus in
ax. 2. | cumulato continetur. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 39. Prop. 39.

Limitatus ex aduerſis, in cumulato ex eiſdem continetur.

De-

Demonstr.

27. *h.* Limitatus ex aduersis, in alterutro limitantium continetur; & idem ipse limitans, qui etiam cumulans,
28. *h.* in cumulato, & supremo termino continetur. Ergo
32. *h.* limitatus ex aduersis in cumulato continetur.

Theor 40. Prop 40.

Limitatus ex diuersis, in cumulato ex eisdem continetur.

Demonstr.

29. *h.* Limitatus ex diuersis in vtrolibet limitante contine-
30. *h.* tur: & is limitans, qui & cumulans, in cumulato continetur: ergo limitatus ex diuersis, in cumula-
ax. 4. to ex eisdem continetur.

Theor. 41. Prop, 41.

Qui cum vno termino non collimitat, cum eius contradictorio collimitat.

Hypoth.

Sunto *A*, *a*, contradictorij; & *B* non collimitans cum *A*, Dico *B*, collimitare cum *a*.

Demonstr.

19. 23. 27. & 29 *h.* Non enim *B*, *A*, sunt congruentes; neque continens, & contentus; neque contentus, & continens; neque aduersi; neque diuersi: alioquin collimitarent aliquem terminum, contra hypothesim: Ergo contradictorij sunt, vel contrarij. Si *B*, *A*, sunt con-
8. *h.* tradictorij; ergo *B*, *a* sunt congruentes, & collimi-
19. *h.* *def.* 11. tant. Si *B*, *A*, sunt contrarij; ergo *B*, in *a*, contine-
23. *h.* tur; & *B*, *a* collimitant. Quod; &c.
Quare, &c.

ARI-



ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM SECVNDVM.



DEFINITIONES.

1 Distinctio dicetur, duorum inuicem contradictoriorum terminorum assumptio.

2 Qui, distinctionis partes dicentur.

3 Bidistinctio dicetur, cum duorum distinctionum quatuor partes, quot plurimæ, quotque paucissimos terminos limitauerint; huiusmodi limitatorum assumptio.

4 Tridistinctio dicetur, cum trium distinctionum sex partes, quot plurimæ, quotque paucissimos terminos limitauerint; huiusmodi limitatorum assumptio.

5 Similiter Quadridistinctio, Quintidistinctio, aliæque deinceps definientur.

6 Quæ omnes generaliter Multidistinctionis nomine venient.

7 In bidistinctione, assumpti limitati termini, membra bidistinctionis dicentur.

8 Similiter in tridistinctione, dicentur tridistinctionis membra, & sic deinceps.

9 Quæ

9 Quæ membra ex duabus partibus limitata fuerint, bipartita dicentur.

10 Et ex tribus, tripartita. Et ſic deinceps.

11 Ipſa vero Bidiſtinctio, Tridiſtinctio, aut alia quælibet Multidiſtinctio, bimembris dicetur, cuius duo tantùm ſunt membra.

12 Et trimembris, cuius tria tantùm ſunt membra. Et ſic deinceps.

AXIOMA VNICVM.

OMne terminabile, aliquo ex membris, cuiuſque multidiſtinctionis, eſt terminabile.



THEO-

THEOREMA PRIMVM. PROPOSITIO PRIMA.

Bidiſtinctionis membra non ſunt plus, quam bipartita.

Demonſtr.

def. 1. def. 3. def. 7. 21. p. Nam duarum diſtinctionum quatuor termini, non poſſunt plures aſſumi, quàm duo, ad collimitandum vnum terminum. Si enim tres aſſumerentur, eſſent ex his duo contradictorij, qui non poſſunt collimitare.

Quare bidiſtinctionis membra non ſunt plus, quam bipartita.

Theor. 2. Prop. 2.

Tridiſtinctionis membra non ſunt plus, quàm tripartita.

Demonſtr.

def. p. def. 4. def. 8. 21. p. Nam trium diſtinctionum ſex termini non poſſunt plures aſſumi, quàm tres ad collimitandum vnum membrum. Si enim quatuor aſſumerentur, eſſent ex his duo contradictorij, qui non collimitant.

Quare tridiſtinctionis membra non ſunt plus, quam tripartita.

Theor. 3. Prop. 3.

Multidiſtinctionis membra non ſunt, plus quam eiuſdem numeri multipartita.

Patet inductione ex ſingulis multidiſtinctionum generibus, eadem methodo duarum præcedentium.

Theor. 4. Prop. 4.

Si duarum diſtinctionum quatuor partes, præter quam quod binæ ſingularum ſunt contradictoriæ, aliæ etiam fuerint contradictoriæ, erunt & aliæ congruentes.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones, quarum binæ partes contradictoriæ *A*, *a*; *B*, *b*: & præterea contradictoriæ ſint *A*, *B*.

Dico *A*, *b*, eſſe congruentes; item *a*, *B*, congruentes.

Demonſtr.

8 p. Quoniam *B*, *b*, ſunt contradictoriæ: & *B*, *A*, contradictoriæ: ergo *A*,*b*, ſunt congruentes: & ſunt etiam
p. p. *A*, *a*, contradictoriæ: ergo etiam *a*, *B*, ſunt congruentes. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 5. Prop. 5.

Si duarum diſtinctionum quatuor partes aliquæ fuerint congruentes, præterquam quod binæ ſingularum ſunt contradictoriæ, etiam aliæ erunt contradictoriæ.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones, quarum binæ partes contradictoriæ *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto *A*, *B* congruentes.

Dico etiam *A*, *b*, eſſe contradictorias; & *a*, *B*, contradictorias.

Demonſtr.

7. p. Quoniam *A*, *B*, ſunt congruentes; & *B*, *b*, contradictoriæ: ergo etiam *A*,*b*, ſunt contradictoriæ: & quo-
2. p. niam *A*, *a*, ſunt contradictoriæ: ergo etiam *a*, *B*, ſunt contradictoriæ. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 6. Prop. 6.

Duæ diſtinctiones, quarum partes omnes binæ contradictoriæ ſunt, vel congruentes, pro vna diſtinctione reputantur; vt ex his bidiſtinctio bimembris, perinde ſit atque ſimplex diſtinctio.

Demonſtr.

19. p. Nam duæ congruentes collimitant vnum membrum:
p. p. & earum contradictoriæ, quæ inuicem ſunt congruentes, aliud collimitant contradictorium mem-
21. p. brum: neque verò ex contradictorijs poſſibile eſt tertium aliquod limitatum membrum efficere.
def. 11. Quare bidiſtinctio eſt bimembris, & duorum contra-

def. 1. tradictoriorum membrorum, perinde atque duarum partium vna distinctio. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 7. Prop. 7.

Multæ distinctiones, quarum partes binæ contradictoriȩ sunt, vel congruentes, pro vna distinctione reputantur, vt ex his multidistinctio, perinde sit atque simplex distinctio.

Demonstr.

Nam, vt in præcedenti, multidistinctio est bimembris, & duorum membrorum contradictoriorum, perinde atque duarum partium vna distinctio.

Theor. 8. Prop. 8.

Bidistinctio non est plus, quam quadrimembris.

Hypoth.

Duæ sint distinctiones ex binis partibus *A*, *a*; *B*, *b*.
Dico bidistinctionem non plus, quam quadrimembrem esse.

Demonstr.

21. p. Nam duo termini vnius distinctionis, non collimitant. Cætero qui si duo *A*, *a*, in duos *B*, *b*, singuli in singulos ducti, collimitant, non plures faciunt, quam quatuor terminos limitatos, *AB*, *aB*, *Ab*, *ab*,
def. 7. quæ sunt quatuor bidistinctionis mēbra. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Tridistinctio non est plus, quam octomembis.

Hypoth.

Sunto tres distinctiones ex binis partibus *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*.
Dico tridistinctionem non plus, quam octomembrem esse.

Demonstr.

8. h. Nam duarum distinctionum *A*, *a*; *B*, *b*, non plures possunt esse, quam quatuor termini limitati *AB*,

a B; *A b*, *a b*: qui in duos *C*, *c*, ſinguli in ſingulos ducti, ſi collimitant, non plures terminos limitatos faciunt, quam octo *A B C*, *a B C*, *A b C*, *a b C*,
def. 8. *A B c*, *a B c*, *A b c*, *a b c*, quæ ſunt octo tridiſtinctionis membra. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Multidiſtinctio non eſt plurium membrorum, quàm ſit numerus poteſtatis à binario, quam multitudo ipſa diſtinctionum denominat.

Demonſtr.

8. h. Nam bidiſtinctio nõ eſt plurium membrorum, quam ſecunda poteſtas à binario: & tridiſtinctio, non
9. h. plurium, quam tertia poteſtas: ſimili præcedentium demonſtratione oſtendetur, quod quadridiſtinctio, non plurium eſt, quam quarta poteſtas; & quintidiſtinctio, non plurium, quam quinta poteſtas: & ita deinceps.
Quare, &c.

Theor. 11. Prop. 11.

Si duarum diſtinctionum partes vnius ad partes alterius, vna ad vnam, fuerit contraria; erit altera ad alteram, aduerſa; & vna ad alteram contenta; & altera ad vnam, continens.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones ex binis contradictorijs *A*, *a*; *B*, *b*: & ſint *A*, *B*, contrariæ.

Dico *a*, *b*, aduerſas eſſe; & *A*, in *b*, contineri; & *a*, continere *B*.

Demonſtr.

4. p. Quoniam *A*, *B*, ſunt contrariæ; *a*, *b*, ſunt aduerſæ; *A*,
def. 11. in *b*, continetur; & *a*, continet *B*. Quæ, &c.
p. Quare, &c.

Theo-

Theor. 12. Prop. 12.

Si duarum diſtinctionum partes vnius ad partes alterius, vna ad vnam fuerit aduerſa; erit altera ad alteram contraria; & vna ad alteram continens; & altera ad vnam contenta.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones ex binis contradictorijs *A*, *a*; *B*, *b*: & ſint *a*, *b*, aduerſæ.

Dico *A*, *B*, contrarias eſſe; & *a*, continere *B*; & *A*, in *b*, contineri.

Demonſtr.

5. p. | Quoniam *a*, *b*, ſunt aduerſæ; *A*, *B*, ſunt contrariæ; *a*, continet *B*; & *A*, in *b*, continetur. Quæ, &c.
def. 12.
p. | Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Si duarum diſtinctionum partes vnius ad partes alterius, vna ad vnam fuerit continens; erit altera ad alteram contenta; & vna ad alteram aduerſa; & altera ad vnam contraria.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & eſto *a*, continens *B*.

Dico *A*, in *b*, contineri; & *a*, *b*, aduerſas; & *A*, *B*, contrarias eſſe.

Demonſtr.

3. p. | Quoniam *a*, continet *B*; *A*, in *b*, continetur; & *a*, *b*,
9. p. | ſunt aduerſi; & *A*, *B*, contrarij. Quæ, &c.
10. p. | Quare, &c.

Theor. 14. Prop. 14.

Si duarum diſtinctionum partes vnius, ad partes alterius, vna ad vnam fuerit diuerſa; erunt diuerſæ altera ad alteram; & vna ad alteram: & altera ad vnam.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & ſunto *A*, *B*, diuerſæ.

Dico *a*, *b*, diuerſas eſſe; item *A*, *b*, & *a*, *B*, diuerſas eſſe.

Demonstr.

6. p. | Quoniam *A*, *B*, sunt diuersæ; etiam *a*, *b*, sunt diuersæ;
11. p. | & *A*, *b*, & *a*, *B*, sunt diuersæ. Quæ, &c.
Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Si duarum distinctionum partes sunt diuersæ, bidistinctio est quadrimembris.

Hypoth.

Sunto duæ distinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & sunto diuersæ *A*, *B*.
Dico bidistinctionem esse quadrimembrem.

Demonstr.

14. h. | Quoniam *A*, *B*, sunt diuersæ; etiam *A*, *b*; & *a*, *B*; &
29. p. | *a*, *b*, sunt diuersæ: & ex his limitati quatuor termi-
def. 7. | ni *A B*, *A b*, *a B*, *a b*, quæ sunt quatuor bidistinctio-
h. | nis membra. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Si duarum distinctionum partes, neque diuersæ sunt, neque congruentes, aut contradictoriæ, bidistinctio est trimembris.

Hypoth.

Sunto duarum distinctionum vnius, & alterius partes non congruentes, neque contradictoriæ, neque diuersæ.
Dico bidistinctionem esse trimembrem.

Demonstr.

11. h. | Erunt enim contrariæ; & aduersæ; & contenta, & con-
12. h. | tinens; & continens, & contenta: & cum ex con-
13. h. | trarijs non sit limitatus aliquis terminus; supersunt
25. p. | ex aduersis vnus; ex continente, & contento vnus;
27. p. | ex contento, & continente vnus; tres limitati ter-
23. p. | mini, quæ tria sunt bidistinctionis membra.
def. 7. h. | Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 17. Prop. 17.

Duarum diſtinctionum, quæ non ſunt vna diſtinctio, bidiſtinctio non minus eſt quam trimembris.

Demonſtr.

6. *h.* Quoniam enim duæ diſtinctiones non ſunt vna diſtinctio, earum partes non ſunt congruentes, neque contradictoriæ, neque bidiſtinctio eſt bimembris.
15. *h.* Quod ſi partes eſſent diuerſæ, bidiſtinctio eſſet qua-
16 *h.* drimembris. Sed ſi partes neque congruentes, neque diuerſæ ſunt, bidiſtinctio eſt trimembris. Quare duarum diſtinctionum, quæ non ſunt vna diſtinctio, bidiſtinctio non minus eſt quam trimembris.

Theor. 18. Prop. 18.

Omnis multidiſtinctionis membra, cuiuſque eius diſtinctionis aliqua pars limitat.

Demonſtr.

def. 3. *et* 4. *h.* Nam ſi cuiuſpiam diſtinctionis nulla pars ad limitandum concurreret; vtique non ipſa eſſet eius multidiſtinctionis diſtinctio, contra hypotheſim.

Quare, &c.

Theor. 19. Prop. 19.

Omnia multidiſtinctionis membra ſingula, cuiuſque diſtinctionis aliqua pars limitat.

Demonſtr.

def. 7. *p.* Nam omne aliquo termino terminabile, alterutra diſtinctionis parte eſt terminabile: vnde ad ſingula
41. *p.* multidiſtinctionis limitanda membra, ſingulæ di-
def. p. h. ſtinctiones vnam, vel alteram partem conferunt.

Quare, &c.

Theor. 20. Prop. 20.

Omnia multidiſtinctionis membra, non vna eadem alicuius diſtinctionis limitat pars.

De-

Demonſtr.

Nam omne terminabile altera eiuſdem diſtinctionis
21.p. parte, nullo ex membris multidiſtinctionis eſſet terminabile, contra axioma vnicum huius elementi.
Quare, &c.

Theor. 21. Prop. 21.

Omnia multidiſtinctionis membra, omnibus eius diſtinctionum partibus congruunt, vel in ijs continentur.

Hypoth. p.

Sunto duarum diſtinctionum quatuor partes *A*, *a*; *B*, *b*.

Dico omnia bidiſtinctionis membra, vel congruere ſingulis partibus *A*, *a*; *B*, *b*, vel in ijs contineri.

Demonſtr.

Vel enim *A*, *B*, collimitant, vel non: ſi collimitant,
poſt.2. fiat ex his limitatus *AB*: ſi non collimitant *A*, *B*; ergo *A*, *b*, collimitant; fiat ergo ex his limitatus
41.p. *Ab*. Ergo duarum diſtinctionum ſaltem vnus eſt ex terminis limitatis, *AB*, *Ab*, qui bidiſtinctionis eſt membrum, & congruit, vel continetur in *A*.
34.p. Simili demonſtratione oſtendetur, quod bidiſtinctionis vnum ſaltem eſt membrum ex duobus *AB*, *aB*, quod continetur in *B*. Item quod vnum ſaltem eſt ex duobus *aB*, *ab*, quod continetur in *a*: & vnum ſaltem ex duobus *Ab*, *ab*, quod continetur in *b*. Quare omnia bidiſtinctionis membra ſingulis partibus *A*, *a*, *B*, *b*, congruunt, vel in ijs continentur.

Hypoth. 2.

Sunto trium diſtinctionum ſex partes *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*.

Dico omnia tridiſtinctionis membra, vel congruere ſingulis partibus *A*, *a*, *B*, *b*, *C*, *c*, vel in ijs contineri.

De-

Demonstr.

Vel enim A, B, collimitant, vel non: ſi collimitant, fiat limitatus AB; qui cum C, collimitat, vel non: ſi collimitat, fiat limitatus ABC: ſi non collimitat AB, cum C, collimitat cum c; fiat ergo limitatus ABc. Quod ſi A, B, non collimitant; ergo A, b, collimitant; & ex his fiat limitatus Ab: qui cum C, collimitat, vel non: ſi cum C, collimitat, fiat limitatus AbC: ſi Ab, non cum C, collimitat; ergo cum c, collimitat; & fiat limitatus Abc. Trium itaque diſtinctionum ſaltem vnus eſt ex quatuor terminis limitatis, ABC, ABc, AbC, Abc; qui tridiſtinctionis eſt membrum, & congruit, vel continetur in A. Simili demonſtratione oſtendetur, quod tridiſtinctionis membra ſunt, quæ congruunt, vel continentur in ſingulis B, C, a, b, c. Quare omnia tridiſtinctionis membra ſingulis partibus A, a, B, b, C, c, congruunt, vel in ijs continentur.

poſt. 2. *41. p.* *14. p.*

Similiter de alijs multidiſtinctionibus demonſtrabitur.

Quare, &c.





ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM TERTIVM.



DEFINITIONES.

1 SI duarum distinctionum quatuor termini singuli singularum bini conueniant ad aliquos limitandos, limitati termini dicentur extremi, & medij.

2 Et extremi dicentur, quorum vnius limitantes, contradictorij sunt limitantium alterius.

3 Et ambo extremi, vnum Par terminorum dicentur.

4 Et vnus terminus dicetur Compar alterius.

5 Alijque limitati dicentur medij, quorum nullus compar.



REGVLÆ.

1 Bidistinctionum iudicium duas supponit distinctiones ex binis contradictorijs. Erit itaque communis omnium hypothesis, quod duæ sint distinctiones *A, a*; *B, b*.

2 Supponit deinde bidistinctionis certam speciem, quam

3 Primò iudicat prop. 21. 2. integram, si videlicet omnes quatuor distinctionum partes, binæ ex vna, & altera distinctione acceptæ, omnia limitant bidistinctionis membra.

4 Secundò iudicat ipsa bidistinctionis membra.

5 Medium, si quod est, cui nullum compar. def. 5. h.

6 Et extrema, si quæ sunt, inuicem comparia. def. 2. h.

7 Tertiò iudicat singulorum partes membrorum, quam ad inuicem habeant rationem.

8 Congruentes iudicat duas, & eorum contradictorias duas, quæ non nisi bifariam collimitant. prop. 6. 2. Eas nempe congruentes, quæ non nisi simul collimitant.

9 Diuersas iudicat duas, & earum contradictorias duas, quæ quadrifariam collimitant. prop. 15. 2. eas nempe, quæ collimitant.

10 Neutras iudicat duas, & earum contradictorias, quæ trifariam solum collimitant. prop. 16. 2.

11 Et eas iudicat aduersas, quæ collimitant, & non habent limitatum compar: nam ex contrarijs non est limitatus terminus. prop. 25. p.

12 Easdemque iudicat continentes, respectu aliarum, quibus collimitant, in ipsis contentarum. def. 12. p.



THEOREMA PRIMVM. PROPOSITIO PRIMA.

Bidiſtinctio Triplex. Bimembris, Trimembris, Quadrimembris.

Demonſtr.

Nam termini diſtinctionum, vel ſunt congruentes,
6. 2. vel diuerſi, vel neutri. Si congruentes, bidiſtin-
16. 2. ctio eſt bimembris: ſi neutri, eſt trimembris: ſi di-
15. 2. uerſi, eſt quadrimembris: neque plus quam qua-
8. 2. drimembris poteſt eſſe bidiſtinctio.
Quare, &c.

Theor. 2. Prop. 2.

Bidiſtinctio bimembris vna: cuius duo membra ſunt vnum par terminorum.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A*, *a*; *B*, *b*: & vnum bidiſtinctionis bimembris membrum *A B*.

Dico bidiſtinctionem bimembrem vnam eſſe; & eius membra eſſe vnum par terminorum.

Demonſtr.

6. 2. Quia bidiſtinctio eſt bimembris, non poſſunt *A*, *B*, eſſe niſi contradictorij, aut congruentes: ſed quia
21. p. collimitant, non ſunt contradictorij: ergo *A*, *B*, ſunt congruentes; & ex his limitatus *A B*, vtrique congruens: ergo *a*, *b*, ſunt congruentes, & colli-
19. p. mitant alterum bidiſtinctionis membrum *a b*, vtrique congruens: & ſunt *A B*, *a b*, duo extremi ter-
def. 3. mini, & vnum per terminorum. Neque poſſibile eſt, quod bidiſtinctio bimembris ſit *A B*, *a B*, quia
21. 2. deeſſet *b*; neque quod ſit *A B*, *A b*, quia deeſſet *a*. Cum itaque bidiſtinctio bimembris non poſſit aliter eſſe, ipſa eſt vna; & eius membra, ſunt vnum par membrorum.

The-

Theor. 3. Prop. 3.

Bidiſtinctio trimembris vna, cuius vnum membrum eſt medium, & duo reliqua ſunt vnum par membrorum.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A, a*; *B, b*: & eſto medium bidiſtinctionis trimembris membrum *A B*.

Dico bidiſtinctionem trimembrem vnam eſſe; & eius reliqua membra eſſe vnum par terminorum.

Demonſtr.

21. p. 25. p. Quia medium membrum eſt *A B*, cui non eſt aliud membrum compar *a b*; contradictorij ſunt, vel
6. 2. contrarij termini *a, b*: non contradictorij, quia bidiſtinctio eſt trimembris: ergo *a, b*, ſunt contrarij:
4. p. ideoque *A, B*, aduerſi: & *A*, continens *b*, ex qui-
def. 12. p. bus limitatus *A b*, & *b*, congruunt: & *a*, contentus
23. p. in *B*, ex quibus limitatus *a B*, & *a*, congruunt. Et
def. 3. ſunt *A b*, *a B*, vnum par terminorum. Cum ergo Bidiſtinctio trimembris non poſſit aliter eſſe, ipſa eſt vna; & eius membra, vnum medium, & vnum par terminorum.

Theor. 4. Prop. 4.

Bidiſtinctio quadrimembris vna: cuius quatuor membra, ſunt duo paria terminorum.

Hypoth.

Sint duæ diſtinctiones *A, a*; *B, b*, & ſit vnum ex quatuor membris bidiſtinctionis *A B*.

Dico bidiſtinctionem quadrimembrem eſſe vnam: & eius membra, eſſe duo paria terminorum.

Demonſtr.

15. 2. Quia bidiſtinctio eſt quadrimembris, termini *A, B*,
6. p. ſunt diuerſi; & *a, b*, diuerſi; & *A, b*, diuerſi; & *a, B*,
11. p. diuerſi: & ex his limitata quatuor membra, duo
29. 2. *A B*, *a b*, quæ ſunt vnum par terminorum, & duo
def. 3. *A b*, *a B*, quæ ſunt aliud par terminorum. Et non po-

potest bidistinctio quadrimembris aliter esse: ergo bidistinctio quadrimembris vna; & eius quatuor membra, sunt duo paria terminorum.

Theor. 5. Prop. 5.

Bidistinctio bimembris, non est propriè bidistinctio, sed veriùs distinctio simplex.

Demonstr.

Nam eius bidistinctionum termini congruentes, non sunt propriè duo termini, sed veriùs vnus: & duæ distinctiones non propriè duæ, sed veriùs vna: atque ita bidistinctio, est veriùs vna distinctio.

Theor. 6. Prop. 6.

Bidistinctiones propriæ duæ, trimembris, & quadrimembris.

Demonstr.

p. h. Nam bidistinctiones tres, bimembris, trimembris, &
2. h. quadrimembris: quarum vna bimembris, non bidi-
5. h. stinctio est propriè: sed veriùs vna distinctio: reli-
3. h. quæ duæ trimembris, & quadrimembris, non sunt
4. h. vna distinctio, sed propriæ bidistinctiones.
Quare, &c.



reg. 3. *reg.* 8. 5. *b.* Bidistinctio bimembris *A B*, *a b*, integra: cuius partes *A*, *B*, congruentes; item *a*, *b*, congruentes: ideoque verius est simplex distinctio.

reg. 3. *reg.* 5. *reg.* 6. *reg.* 11. Bidistinctio trimembris *AB*, *Ab*, *ab*, integra: cuius medium *Ab*; extrema duo *A B*, *a b*: cuius partes *A*, *b*, aduersæ: & *A*, continens *B*; & *a*, contenta in *b*.

reg. 12. *reg.* 3. *reg.* 6. *reg.* 9. Bidistinctio quadrimembris *AB*, *Ab* *aB*, *ab*, integra: cuius membra bina extrema *AB* *ab*; & *Ab*, *aB*: cuius partes diuersæ binæ *A*, *B*; *a*, *b*; *A*, *b*; *a*, *B*.





ARITHMETICÆ RATIONALIS ELEMENTVM QVARTVM;



DEFINITIONES.

1 SI trium distinctionum sex termini, singuli singularum, terni conueniant ad aliquos limitandos, dicentur limitati termini, extremi, & medij.

2 Et extremi dicentur, quorum vnius limitantes, contradictorij sunt limitantium alterius.

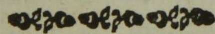
3 Et ambo extremi dicentur vnum par terminorum.

4 Et vnus terminus dicetur compar alterius.

5 Alijque limitati dicentur medij quorum nullus compar.

6 Et medius illi extremo dicetur propinquus, quocum duos habet limitantes communes.

7 Et ab altero extremo remotus, quo cum vnum tantùm habet limitantem communem.



THEOREMA PRIMUM. PROPOSITIO PRIMA.

Tridiſtinctionis plurima membra octo, ſunt quatuor paria terminorum.

Hypoth.

Tridiſtinctionis octomembris tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & membra plurima *ABC*, *ABc*, *AbC*, *aBC*, *Abc*, *aBc*, *abC*, *abc*, octo.

Dico eſſe quatuor paria terminorum *ABC*, *abc*; *ABc*, *abC*; *AbC*, *aBc*; *aBC*, *Abc*.

Demonſtr.

Nam duarum diſtinctionum *A*, *a*; *B*, *b*, quatuor partes binæ, non plures, limitant plurima bidiſtinctio-
p. 2. nis membra quatuor, & duo paria *AB*, *ab*; *Ab*, *aB*.
8. 2. Quæ ſingula cum vna, & altera, relictæ diſtinctionis partibus *C*, *c*, ad collimitandum aſſumpta, limitant plurima tridiſtinctionis membra octo, & quatuor paria *ABC*, *abc*; *ABc*, *abC*; *AbC*, *aBc*; *Abc*, *aBC*. Quod, &c.
4. 3.
9. 2.

Quare, &c.

Theor. 2. Prop. 2.

Tridiſtinctio octomembris vna.

Hypoth.

Tridiſtinctionis octomembris tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*.

Dico tridiſtinctionem octomembrem vnam eſſe.

Demonſtr.

Nam neceſſe eſt quod octo membra, quatuor paria
p. h. ſint terminorum *ABC*, *abc*; *ABc*, *abC*; *AbC*, *aBc*; *Abc*, *aBC*: quæ cum non poſſint aliter eſſe, tridiſtinctio octomembris eſt vna.

Theor. 3. Prop. 3.

Tridiſtinctio ſeptimembris vna.

Demonstr.

p. h. Nam in octo plurimis tridistinctionis membris sex
2. h. partes, ternæ in singulis fiunt viginti quatuor, singulæ in quaternis membris indifferenter: & vno sublato membro, remanent tres partes in ternis membris, & tres in quaternis, quæ sint vna, & viginti partes, & ita remanent septem septimembris
21. 2. tridistinctionis membra. Cumque octo plurima membra, singula de octo omnibus auferri possint; manifestum est, relinqui posse octo septimembres tridistinctiones: sed necessariò indifferentes ad in-
def. 6. uicem; quod in singulis, ad sublatum membrum,
def. 7. tria sint propinqua membra, tria remota, & vnum
def. 4. compar; & quod in singulis, tria sint paria membrorum, & vnum medium. Quæ cum non aliter,
def. 3. atque aliter habere se possint, vnam faciunt speciem septimembris tridistinctionis.
Quare, &c.

Theor. 4. Prop. 4.

Tridistinctiones sextimembres tres.

Demonstr.

p. h. Nam sex membra tridistinctionis, sunt sex de octo plurimis, & de quatuor membrorum paribus: & vel sex membra tria sunt paria membrorum; vel sex, duo sunt paria membrorum, & duo media inuicem propinqua; vel rursum sex, duo sunt paria membrorum, & duo membra inuicem remota.
def. 2. Cumque in vno pari membrorum, omnes sex trium distinctionum partes conueniant ad limitandum, & non vna eadem pars ad duo membra comparia: manifestum est, quod etiam in duobus paribus membrorum, vel in tribus, omnes sex partes conueniunt ad limitandum, & vna eadem ad om-
21. 2. nia. Quare tres sunt sextimembres tridistinctiones.

Theor. 5. Prop. 5.

Tridistinctio sextimembris, cuius nullum medium, vna.

Demonstr.

Nam quatuor paria membrorum, singula sublata de omnibus, relinquunt quatuor tridistinctiones sextimembres, quarum tria sunt membrorum paria, & nullum medium, inuicem indifferentes, quæ vnam speciem constituunt sextimembris tridistinctionis, cuius nullum medium.

21. 2.

Quare, &c.

Theor. 6. Prop. 6.

Tridistinctio sextimembris, cuius duo media ab inuicem remota, vna.

Hypoth.

Tridistinctionis sextimembris, tres distinctiones sunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & duo media remota ab inuicem *ABC*, *Abc*. Dico tridistinctionem sextimembrem huiusmodi, vnam esse.

Demonstr.

p. h. Nam octo plurima tridistinctionis membra sunt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *AbC*, *aBc*, *aBC*, *Abc*: & prætermissis duorum *ABC*, *Abc*, comparibus *abc*, *aBC*, relinquantur *ABC*, *ABc*, *abC*, *AbC*, *aBc*, *Abc*, duo assumpta media, & duo paria, quæ tridistinctionem sextimembrem componunt. Quæ cum non possit aliter esse, ipsa est tridistinctio sextimembris, cuius duo media remota, vna.

4. h.

Theor. 7. Prop. 7.

Tridistinctio sextimembris, cuius duo media inuicem propinqua, vna.

Hypoth.

Tridistinctionis sextimembris, tres distinctiones sunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & duo media inuicem propinqua *ABC*, *ABc*,

Di-

Dico tridistinctionem sextimembrem huiusmodi, vnam esse.

Demonstr.

p. h. Nam de octo plurimis tridistinctionis membris *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *AbC*, *aBc*, *aBC*, *Abc*, dempta duorum *ABC*, *ABc*, comparia *abc*, *abC*, relinquunt *ABC*, *ABc*, *AbC*, *aBc*, *aBC*, *Abc*, duo assumpta media, & duo paria, tridistinctionis sextimembris membra.

4. b. Quæ tridistinctio sextimembris, cuius duo media propinqua, *ABC*, *ABc*, cum non possit aliter esse, ipsa est vna.

Quare, &c.

Theor. 8. Prop. 8.

Tridistinctio bimembris vna.

Hypoth.

Tridistinctionis bimembris, tres distinctiones sunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & vnum esto membrum *ABC*.

Dico tridistinctionem huiusmodi bimembrem vnam esse.

Demonstr.

Nam aliud membrum non potest esse ipsi *ABC*, propinquum, vt fiat tridistinctio bimembris *ABC*, *ABc*; neque remotum, vt fiat *ABC*, *Abc*: nam duæ eædem partes, vel saltem vna, omnia membra limitaret, contra 20. 2; & earum contradictoriæ duæ, vel saltem vna, nullatenus ad limitandum cõuenirent, contra 21. 2. Ergo aliud membrum non potest es-

21. 2. se nisi ipsi *ABC*, compar, quod est *abc*; vt fiat bidistinctio bimembris *ABC*, *abc*, quæ non potest aliter esse.

Quare, &c.

Theor. 9. Prop. 9.

Tridistinctionis vni membro alia duo propinqua, ab inuicem sunt remota.

Hy-

Hypoth.

Esto tridistinctionis vnum membrum *ABC*, eique propinqua duo *ABc*, *aBC*.

Dico *ABc*, *aBC*, ab inuicem remota esse.

Demonstr.

def. 6. Propinquorum enim *ABc*, *ABC*, duę sunt partes communiter limitantes *A*, *B*: & propinquorum *ABC*, *aBC*, duæ communiter limitantes *B*, *C*; non eædem duæ, duabus; sed vna duarum, vni duarum eadem *B*. *def. 7.* Ergo *ABc*, *aBC*, ab inuicem sunt remota. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 10. Prop. 10.

Tridistinctionis tria membra bina inuicem propinqua esse non possunt.

Demonstr.

9. h. Nam duo tridistinctionis membra, vni alij membro propinqua, sunt ab inuicem remota. Quare tria inuicem propinqua esse non possunt.

Theor. 11. Prop. 11.

Tridistinctiones quintimembres tres.

Demonstr.

De octo plurimis tridistinctionis membris, & quatuor paribus, quinque assumpta quintimembris tridistinctionis membra sunt, vel duo paria terminorum, & vnum medium: vel vnum par terminorum, puta *ABC*, *abc*, & tria media ab inuicem remota *aBC*, *ABc*, *AbC*: vel rursum vnum par terminorum *ABC*, *abc*, & tria media, propinqua inuicem, & remota, *abC*, *aBc*, *aBC*. *10. h.* Nam tria media bina inuicem propinqua esse non possunt. Quare tridistinctiones quintimembres tres numerantur.

The-

Theor. 12. Prop. 12.

Tridiſtinctio quintimembris, cuius duo membrorum paria, vna.

Hypoth.

Tridiſtinctionis quintimembris tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & duo membrorum paria *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*.

Dico tridiſtinctionem quintimembrem huiuſmodi, vnam eſſe.

Demonſtr.

Medium enim membrum eſt vnum ex quatuor *AbC*, *aBc*, *aBC*, *Abc*: quod ſi eſt *AbC*, eſt duobus ex aſ-
def.6. ſumptis quatuor membris propinquum, videlicet
def.7. ipſis *ABC*, *abC*; & à duobus *abc*, *ABc*, remotum. Similiter ſi eſt *aBc*, duobus *abc*, *ABc*, eſt propinquum, & à duobus *ABC*, *abC*, remotum. Item ſi eſt *aBC*: & ſi eſt *Abc*. Quatuor itaque ſunt quintimembres tridiſtinctiones; inuicem tamen indifferentes; & quæ vnam ſpeciem conſtituunt tridiſtinctionis quintimembris duorum parium. Quod, &c. Quare, &c.

Theor. 13. Prop. 13.

Tridiſtinctio quintimembris, cuius tria media membra ab inuicem remota, vna.

Hypoth.

Tres diſtinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & vnum tridiſtinctionis quintimembris membrum eſto *ABC*, eique compar *abc*: & eorum vni, puta ipſi *ABC*, propinqua tria *ABc*, *AbC*, *aBC*: & ex his tridiſtinctio quintimembris *ABC*, *abc*, *ABc*, *AbC*, *aBC*: vel ſunto eorum alteri *abc*, propinqua tria *abC*, *aBc*, *Abc*; & ex his tridiſtinctio quintimembris *ABC*, *abc*, *abC*, *aBc*, *Abc*.

Dico tridiſtinctionem quintimembrem huiuſmodi vnam eſſe.

De-

Demonstr.

10. *h.* Tria enim membra vni cuidam propinqua, inuicem remota sunt: & duæ tridistinctiones quintimembres sunt, quarum tria media ab inuicem remota, indifferentes sunt, & non aliter, atque aliter se habent, & vnam constituunt tridistinctionis quintimēbris speciē, cuius tria media remota. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 14. Prop. 14.

Tridistinctio quintimembris, cuius tria membra media, & eorum vni duo propinqua, est vna.

Hypoth.

Tres distinctiones sunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & vnum tridistinctionis quintimembris membrum esto *ABC*; cui propinqua tria *ABc*, *AbC*, *aBC*: & eorum vni *aBC*, compar membrum esto *A b c*: vt sit quintimembris tridistinctio *A B C*, *A B c*, *A b C*, *a B C*, *A b c*: vel ipsi *A b C*, compar membrum esto *a B c*, vt sit quintimembris tridistinctio *A B C*, *A B c*, *A b C*, *a B C*, *a B c*: vel denique ipsi *A B c*, compar membrum esto *a b C*, vt sit quintimembris tridistinctio *A B C*, *A B c*, *A b C*, *a B C*, *a b C*.

Dico tridistinctionem quintimembrem huiusmodi vnam esse.

Demonstr.

Licet enim tres huiusmodi tridistinctiones quintimembres appareant, tamen propter indifferentiam, cum non aliter, & aliter se habeant, vnam constituunt speciem tridistinctionis quintimembris, cuius tria media, & eorum vni, duo sunt propinqua. Quod, &c.
Quare, &c.

Theor. 15. Prop. 15.

Tridistinctio trimembris non est, cuius vni membro duo reliqua sint propinqua.

Hypoth.

Tres distinctiones ſunto *A*, *a*; *B*, *b*; *C*, *c*: & vnum tridiſtinctionis membrum *ABC*, cui propinqua duo membra *ABc*, *aBC*.

Dico non eſſe tridiſtinctionem trimembrem *ABC*, *ABc*, *aBC*.

Demonſtr.

def. 6. Nam cum in duobus *ABc*, *ABC*, duæ ſint communes partes *A*, *B*; & in duobus *ABC*, *aBC*, duæ communes partes *B*, *C*: neceſſe eſt omnium eſſe communem partem *B*. Porro nulla eſt multidiſtinctio,

20. 2. cuius omnium membrorum vna pars communis. Ergo non eſt tridiſtinctio trimembris *ABC*, *ABc*, *aBC*. Quod, &c.

Quare, &c.

Theor. 16. Prop. 16.

Tridiſtinctiones trimembres duæ.

Demonſtr.

def. 6. *def. 7.* Nam vel tria membra ſunt duo extrema, & vnum alteri extremorum propinquum, & ab altero remotum; & huiuſmodi vna eſt tridiſtinctio trimembris: vel tria membra ſunt ab inuicem remota, puta tria alij cuipiam *Abc*, propinqua, nempe *ABC*, *Abc*, *abC*; & huiuſmodi alia eſt tridiſtinctio trimembris, vbi & tres partes *A*, *b*, *C*, binæ, & eorum contradictoriæ *a*, *B*, *c*, ſingulæ in ſingulis

21. 2. membris ad limitandum aſſumuntur, vt ita nec

20. 2. vna, deſit ex ſex, nec eadem in omnibus reperia-

10. h. tur. Neque vero poſſibile eſt trimembrem tridiſtinctionem excogitare, cuius tria membra bina

15. h. inuicem ſint propinqua: neque aliam, cuius vni

9. h. membro reliqua duo ſint propinqua, quæ ab inuicem remota erunt. Quare tridiſtinctiones trimembres duæ.

The-

Theor. 17. Prop. 17.

Tridistinctio trimembris, cuius vnum par membrorum, vna.

Demonstr.

Nam quodcunque sit par membrorum *A B C*, *a b c*;
def. 6. & quodcunque sit aliud medium membrum *A B c*;
def. 7. non possunt aliter ad inuicem esse, quam quod *A B c*, vni extremorum *A B C*, sit propinquum, & ab altero *a b c*, sit remotum. Quare tridistinctio trimembris, cuius vnum par membrorum est vna.

Theor. 18. Prop. 18.

Tridistinctio trimembris, cuius nullum par membrorum, vna.

Demonstr.

16. *h.* Nam nō potest aliter esse, quam quod tria eius membra sint ab inuicem remota: neque enim quod tria
10. *h.* membra sint inuicem propinqua, quod mixtim
15. *h.* sint propinqua inuicem, & remota, possibile est excogitare. Quare tridistinctio trimembris, cuius nullum par membrorum, est vna.

Theor. 19. Prop. 19.

Tridistinctiones quadrimembres quinque.

Demonstr.

Nam vel quatuor membra, duo paria sunt membrorum, & huiusmodi vna est tridistinctio: vel quatuor membra, sunt vnum par membrorum, & duo reliqua membra propinqua inuicem, & huiusmodi altera est tridistinctio: vel rursum quatuor membra sunt vnum par membrorum, & duo reliqua membra sunt ab inuicem remota, & huiusmodi tertia est tridistinctio; vel omnia membra sunt media, vni eorum propinqua, & huiusmodi quarta est tridistinctio: vel etiam omnia membra media, ab vno eorum

remota ſunt, & huiuſmodi quinta eſt tridiſtinctio. Tridiſtinctiones ergo quadrimembres quinque.

Theor. 20. Prop. 20.

Tridiſtinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, vna.

Demonſtr.

Nam tridiſtinctio trimembris, cuius vnum par membrorum, vna eſt, quia medium vni extremorum
17. *h.* propinquum, ab altero eſt remotum; neque poteſt aliter eſſe. Itaque huiuſmodi ſunt etiam tria quælibet de quatuor membris tridiſtinctionis propoſitæ: & ſunt huiuſmodi quatuor membra, tam duo inuicem propinqua, cum eorum comparibus, quam indifferenter, duo ab inuicem remota, cum eorum comparibus. Vna ergo eſt huiuſmodi quadrimembris tridiſtinctio.

Theor. 21. Prop. 21.

Tridiſtinctio quadrimembris, cuius vnum par membrorum, & duo media propinqua, vna.

Demonſtr.

def. 6. Nam cum duorum mediorum vnum neceſſe ſit, quod
def. 7. vni extremorum ſit propinquum, & conſequenter
9. h. quod ab altero ſit remotum: neceſſe etiam eſt;
def. 6. quod alterum mediorum ab eodem vno extremorum ſit remotum, & alteri propinquum: cumque non poſſint extrema, & media aliter ſe habere, manifeſtum eſt tridiſtinctionem quadrimembrem huiuſmodi vnam eſſe.

Quare, &c.

Theor. 22. Prop. 22.

Si trium tridiſtinctionis membrorum primum à ſecundo, ſecundum à tertio remotum fuerit: etiam primum à tertio remotum erit.

Hy-

Hypoth.

Esto primum *A B C*, à secundo *A b c*, remotum, & secundum *A b c*, à tertio *a b C*, remotum.

Dico primum *A B C*, à tertio *a b C*, remotum esse.

Demonstr.

Primum, & secundum *A B C*, *A b c*, habent solam communem limitantem *A*: secundum, & tertium *A b c*, *a b C*, habent solam communem limitantem *b*: ergo *A*, primi, & secundi, ad *a*, tertij est contradictoria: & *B*, primi, ad *b*, secundi, & tertij contradictoria: & *C*, primi, ad *c*, secundi contradictoria; necnon *c*, secundi ad *C*, tertij contradictoria: ideoque *C*, primi, & tertij eadem est limitans: & primum *A B C*, à tertio *a b C*, est remotum. Quod, &c.

def. 7. *p. p.* *def. 7.*

Quare, &c.

Theor. 23. Prop. 23.

Si duorum cuiuspiam tridistinctionis membrorum ab inuicem remotorum, vnum alij propinquum fuerit: etiam alterum eidem propinquum erit.

Hypoth.

Duorum cuiuspiam tridistinctionis membrorum primum à secundo sit remotum; & primum tertio propinquum.

Dico etiam secundum tertio propinquum esse.

Demonstr.

Si enim secundum à tertio remotum esset, cum primum à secundo remotum sit, etiam primum à tertio remotum esset, contra hypothesim. Ergo secundum à tertio non est remotum. Ergo secundum tertio est propinquum. Quod, &c.

22. h. *def. 6.*

Quare, &c.

Theor. 24. Prop. 24.

Tridistinctio quadrimembris, cuius vnum par membrorum, & duo media remota, vna.

Demonstr.

def. 6. Nam cum duorum mediorum vnum necesse sit, quod
23. h. vni extremorum sit propinquorum; & consequenter alterum eidem extremo sit propinquum; &
def. 7. vtraque media, ab altero extremo sint remota: cumque non possint aliter extrema, & media se habere; manifestum est tridistinctionem quadrimembrem huiusmodi, vnam esse.

Quare, &c.

Theor. 25. Prop. 25.

Tridistinctio quadrimembris, cuius vni membro propinqua tria, vna.

Hypoth.

Esto tridistinctionis quadrimembris vnum membrum *A B C*, cui propinqua reliqua tria.

Dico tridistinctionem quadrimembrem huiusmodi, vnam esse.

Demonstr.

Membri *A B C*, tres partes *A*, *B*, *C*, binæ trifariam assumptæ *A B*, *A C*, *B C*, cum contradictorijs reli-
def. 6. quarum, collimitant tria membra *A B c*, *A b C*,
21. 2. *a B C*, ipsi *A B C*, propinqua: cumque singulæ, sin-
20. 2. gularumque contradictoriæ omnes, & non vna eadem, ad collimitanda omnia membra fuerint assumptæ, manifestum est tridistinctionem quadrimembrem esse *A B C*, *A B c*, *A b C*, *a B C*, cuius vni membro *A B C*, propinqua tria: cumque huiusmodi non possit aliter esse; manifestum est vnam speciem esse.

Quare, &c.

The-

Theor. 26. Prop. 26.

Tridistinctio quadrimembris, cuius ab vno membro remota tria, vna.

Hypoth.

Esto tridistinctionis quadrimembris vnum membrum *A B C*, à quo remota reliqua tria.

Dico tridistinctionem quadrimembrem huiusmodi vnam esse.

Demonstr.

Membri *A B C*, tres partes *A*, *B*, *C*, singulæ trifariam
def. 7. assumptæ, cum contradictorijs reliquarum, collimitant tria membra *A b c*, *a B c*, *a b C*, ab *A B C*, re-
21. 2. mota: cumque singulæ, singularumque contradi-
20. 2. ctoriæ omnes, & non vna eadem, ad collimitanda omnia membra, fuerint assumptæ, manifestum est tridistinctionem quadrimembrem esse *ABC*, *Abc*, *aBc*, *abC*, cuius ab vno membro *ABC*, remota tria: cumque huiusmodi non possit aliter esse; manifestum est vnam speciem esse.

Quare, &c.

Theor. 27. Prop. 27.

Tridistinctiones sexdecim.

Demonstr.

8. h. Bimembris vna, Trimembres duæ, Quadrimembres
16. h. quinque, Quintimembres tres, Sextimembres tres,
19. h. Septimembris vna, Octomembris vna, numerum
11. h. omnium sexdecim componunt.
4. h.
3. h. Quare, &c.
2. h.

THEO-

28 Tridiſtinctionis bimembris ſex partes ſingula collimitant membra: vt *ABC*, *abc*.

29 Tridiſtinctionis trimembris, cuius vnum par membrorum, tres partes bina, tres ſingula collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *ABc*.

30 Tridiſtinctionis trimembris, cuius nullum par, tres partes bina, tres ſingula collimitant: vt *ABC*, *Abc*, *aBc*.

31 Tridiſtinctionis quadrimembris duorum parium membrorum, ſex partes bina collimitant: vt *ABC*, *abc*, *Abc*, *aBC*.

32 Tridiſtinctionis quadrimembris duorum mediorum inuicem propinquorum, duæ partes terna, duæ bina, duæ ſingula collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *Abc*, *AbC*.

33 Tridiſtinctionis quadrimembris duorum mediorum ab inuicem remotorum, vna pars terna, quatuor bina, vna vnum collimitant: vt *ABC*, *abc*, *Abc*, *aBc*.

34 Tridiſtinctionis quadrimembris, cuius tria membra reliquo ſunt propinqua, tres partes terna, tres ſingula collimitant: vt *ABC*, *ABc*, *AbC*, *aBC*.

35 Tridiſtinctionis quadrimembris, cuius tria membra à reliquo ſunt remota, ſex partes bina collimitant membra: vt *ABC*, *Abc*, *aBc*, *abC*.

36 Tridiſtinctionis quintimembris duorum parium, tria terna, tria bina, collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *Abc*.

37 Tridiſtinctionis quintimembris trium ab inuicem remoto-

motorum mediorum tres partes terna, tres bina collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *aBC*, *AbC*.

38 Tridistinctionis quintimembris trium mediorum, duorum vni propinquorum, vna pars quatuor, duæ terna, duæ bina, vna vnum membrum collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *aBc*, *Abc*.

39 Tridistinctionis sextimembris trium parium, sex partes terna collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *aBc*, *AbC*.

40 Tridistinctionis sextimembris duorum mediorum ab inuicem remotorum, vna pars quatuor membra, quatuor partes terna, vna duo membra collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *aBc*, *Abc*.

41 Tridistinctionis sextimembris duorum mediorum inuicem propinquorum, duæ partes quaterna, duæ terna, duæ bina collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *aBc*, *aBC*.

42 Tridistinctionis septimembris tres quaterna, tres terna collimitant: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *Abc*, *aBC*, *AbC*.

43 Tridistinctionis octomembris sex partes quaterna collimitant membra: vt *ABC*, *abc*, *ABc*, *abC*, *Abc*, *aBC*, *AbC*, *aBc*. Quorum omnium ex ipso aspectu characterum, & numeratione, facilis est demonstratio.

Theor. 44. Prop. 44.

Tridistinctio bimembris impropriè est tridistinctio, & veriùs est simplex distinctio.

Demonstr.

28. *b.* Nam tridistinctionis bimembris tres partes, quæ vnũ collimitant membrum, sunt congruentes; alioquin

quin non duorum tantùm membrorum esset tridistinctio: cumque sint congruentes, verius vna sunt pars, quam tres; & eorum contradictoriæ inuicem congruentes, alia sunt pars; tresque distinctiones, vna sunt distinctio; & tridistinctio est simplex distinctio. Quod, &c.
p. p.
Quare, &c.

Theor. 45. Prop. 45.

Tridistinctio trimembris, cuius vnum par membrorum, est bidistinctio.

Hypoth.

Esto tridistinctio trimembris, cuius vnum par membrorum *ABC, abc, ABc*.

Dico hanc esse bidistinctionem *BC, bc, Bc*.

Demonstr.

reg. 8. 3. Quoniam *A, B*, non nisi simul collimitant, sunt congruentes, & sunt vna pars *B*; item *a. b*, congruentes sunt, & pars vna *b*; & duæ distinctiones *A, a*;
p. p.
5. 3.
B, b, vna distinctio *B, b*: quæ cum distinctione *C, c*, faciunt bidistinctionem trimembrem *BC, bc, Bc*; non bimembrem, alioquin *Bc*, non collimitarent;
2. 3. nec quadrimembrem, alioquin *bC*, collimitarent,
4. 3.
def. 6. p. ideoque etiam *abC*, collimitarent, contra hypothesim.
Quare, &c.

Theor. 46. Prop. 46.

Tridistinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, est bidistinctio.

Hypoth.

Esto tridistinctio quadrimembris, cuius duo paria membrorum, *ABC, abc, Abc, aBC*.

Dico hanc esse bidistinctionem *AC, ac, Ac, aC*.

De-

Demonstr.

reg 8.3. Quoniam *B, C*, non nisi simul collimitant, sunt congruentes, & sunt vna pars *C*; item *b, c*, sunt vna pars *c*; & duæ distinctiones *B, b*; *C, c*, vna distinctio:
p. p. 5. 3. quæ cum distinctione *A, a*, faciunt bidistinctionem quadrimembrem *AC, ac, Ac, aC*. Quod, &c.

Quare, &c.

LAVS DEO.



Vidi ego Siluester Bonfiliolus Philos. & Med. Doct. pro Reuerendiss. P. Inquisit. Bonon. & admitti posse censui.

V. D. Fulgentius Orighetus Pœnitentiar. pro Eminentiss. & Reuerendiss. D. D. Card. Hieronymo Boncompagno, Bonon. Archiepisc. & Principe.

Imprimatur

Vic. S. Officij Bonon.

005643773